

Opera hactenus inedita Rogeri Baconi
Fasc. XVI

COMMUNIA
MATHEMATICA
FRATRIS ROGERI
PARTES PRIMA ET SECUNDA

NUNC PRIMUM EDIDIT
ROBERT STEELE

HON. D.LITT. DURHAM; CORRESPONDING
FELLOW, MEDIAEVAL ACADEMY OF
AMERICA

OXONII
E TYPOGRAPHEO CLARENDONIANO
LONDONI: APUD HUMPHREDUM MILFORD
MCMXL

V
250599

B 765
B 2

BOSTON COLLEGE LIBRARY
CHESTNUT HILL, MASS.

PRINTED IN GREAT BRITAIN

CONTENTS

INTRODUCTION	vi
PRIMA PARS	
Quedam communia preambula ad interiora mathematicae	i
DISTINCCIO PRIMA	
Mathematica ad methaphysicam comparatur: mathematicae laudes et utilitates dantur	
C. primum comparatio mathematicae ad methaphysicam, ad magicam, numerus et ordo librorum qui de integritate hujus Sciencie componuntur	i
C. secundum recitans primo causas universales humani erroris, secundo enumerat vicia et dampna que ex illis contingunt in mathematica, tercio tangit in universalis modum quo remedia sunt possibilia cum promissione illorum in hoc tractatu	4
C. tertium in quo prima utilitas et laus mathematicae innuitur esse querenda et quomodo ille tractatu universalis ostense sunt in methaphysica. Secundo descendit ad modos particulares probandi hoc in isto volumine, eligendo unum modum de illis per auctoritates elegantes, sed in hoc capitulo auctoritates pure philosophancium inducuntur	6
C. quartum in quo auctoritates magis accedentes ad divina inducuntur, et primo dat rationem hujus, secundo ponit eas	8
C. quintum in quo ostenditur utilitas mathematicae per ea que continentur in scienciis aliis, et hoc primo ostendit in gramatica, secundo in logica ex libro Predicamentorum	11
C. sextum in quo ostenditur utilitas mathematicae per medium logice quod est 'Liber Demonstrationum', et primo excusat se ab arguendo per exempla, secundo ad intentionem accedit	14
C. septimum in quo probatur utilitas mathematicae per finem logice et primo declarat quis est ille finis, secundo arguit propositum	16

DISTINCCIO SECUNDA

- de divisione et diffinicie partium quantitatis ut postea
sciantur laudes mathematice cuius laudes magne per hanc
divisionem partium mathematice relucescent. Et habet
hec distinccio quinque capitula 18
- C. primum dat rationem quare hēē divisiones inter communia
computentur, secundo ponit diffiniciones quorundam com- 19
munium per que dantur diffiniciones partium quantitatis
- C. secundum, in quo acceditur ad describendum quantitatem
et ejus tres species, scilicet lineam, superficiem, et corpus,
et dat ordinem 23
- C. tertium de angulo et de figura et de divisione eorum (aliter
ejus) grossa propter species quantitatis continue magis
cognoscenda 27
- C. quartum de loco et tempore 30
- C. quintum primo describens numerum cum unitate, secundo
speciem numero coequem 35

DISTINCCIO TERCIA

de divisione Mathematice

- C. primum est de divisione Mathematice in partes novem, cum
ordine earum 38
- C. secundum de divisione Geometrie speculative et practice
quantum ad primam ejus partem principalem que multas
habet partes 41
- C. tertium de secunda parte principali Geometrie practice et
de aliis usque ad octavam 44
- C. quartum de divisione Arismetice speculative et practice 47
- C. quintum de divisione sciencie celestis que in Astrologiam
et Astronomiam dividitur 49

DISTINCCIO QUARTA

de divisione Musice penes sui subjecti et effectuum divisio-
nem. Primum de subjecto ejus declarando 51

- C. secundum in quo probatur quod nulla est Musica mundana
nec humana, ut est in usu communi 52
- C. tertium de vera divisione Musice penes sui subjecti divisio-
nem 54
- C. quartum (de laudibus Musice) 55

DISTINCCIO QUINTA

de abstraccione quantitatis et de generibus proposicionum
quibus utitur Mathematica

C. primum de ipsa abstraccione secundum modos ejus quatuor	58
C. secundum de quinto modo abstraccionis	60
C. tertium. An preter consideraciones scienciarum principialium quatuor inveniatur abstraccionis in sciencie que sunt Gramatica et Logica	63
C. quartum de generibus proposicionum quibus utitur Mathematica	65
C. quintum in quo ostenditur quod diffiniciones sunt peticiones et suppositiones et concepciones in quo eciam infertur de conclusionibus	68

PARS SECUNDA

DISTINCCIO PRIMA

de parte et toto et diversis generibus partium secundum diversas condiciones

C. primum de integris et fraccionibus, descendendo ad effectus et partes ejus	70
C. secundum de speciebus majoris inequalitatis et minoris	73
C. tertium de proporcione et ejus denominacione et partibus ejus	76
C. quartum de proporcione divisa secundum Geometriam, Arismetricam, et Musicam : et excluduntur cum hiis duo errores	80

DISTINCCIO SECUNDA

de divisione proporcionalitatis penes continuam et discontinuam, et de proporcionalitate, et de quantitatibus in proporcionibus, excusans ab exposicione quorundam

C. primum de divisione proporcionalitatis secundum continuam et discontinuam, et de exposicione verborum Euclidis circa eam	84
C. secundum de discontinua proporcionalitate	87
C. tertium de inproporcionalitate et de quantitatibus inproporcionalibus	90

(DISTINCCIO TERTIA)

⟨de necessariis in libris Euclidis⟩	94
C. primum de diffinicionibus	111
⟨Capitulum secundum de peticionibus conceptionibusque communibus⟩	111
⟨C. tertium de conclusionibus communibus inutilibus⟩	116
⟨C. quartum de demonstracionibus necessariis⟩	118
⟨C. quintum de demonstracione per experienciam⟩	121
⟨C. sextum de quibusdam proposicionibus cum suis demonstracionibus⟩	125
⟨C. septimum de aliis proposicionibus⟩	126

(DISTINCCIO QUARTA)

⟨C. primum de mediis proporcionalibus⟩	129
⟨C. secundum continens proposiciones necessarias⟩	140

(DISTINCCIO QUINTA)

⟨de medietatibus⟩	
⟨C. primum de utilitatibus istarum medietatum⟩	144
C. secundum ⟨de arsmetrica medietate⟩	148
C. tertium de armonica medietate	150
C. quintum de collateralibus medietatibus	152

INTRODUCTION

LIKE the *Communia Naturalia*, the *Communia Mathematica* is an assembled work in the condition in which it has reached us. Large parts of both works had taken their primary form when the *Opus Majus* was hurriedly completed; and after Bacon had elaborated his scheme of a four-volume encyclopedia of the scientific foundations of knowledge, they were furnished with new and extended introductions. As was shown in the introduction to fasc. III the assembler of the *Naturalia* must have had before him authentic Bacon manuscripts which he discarded, and he included two astronomical treatises covering the same ground from different standpoints. The *Communia Mathematica* as here printed is made up of an introductory part (pp. 1-70), an overlapping section (pp. 71-93), and the earlier form (pp. 71-155). The remainder of this earlier form is held over for the final fascicule.

The manuscripts of these works date from the earlier years of the fifteenth century. One of them S (Sloane MS. 2156) is dated 1428, the Digby manuscript D (Bodl. Digby 76) probably a little earlier. At p. 144 another hand begins after a blank page in the manuscript (f. 64 b).

The introductory chapters, dealing with the general aspects of Mathematics in relation to the other branches of science, include references to his Greek Grammar and his Metaphysics as being works in existence. If, however, his statement as to the connexion of the words Mathematics or Mathesis with *μάντις* and *μαντεία* ever appeared in it, the error was certainly corrected before his grammar took its final form, while his Metaphysics could only have existed in outline as a whole, though considerable sections such as the *de Multiplicatione Specierum* printed with the *Opus Majus* were completed. Bacon's habit of fortifying his case with citations, as shown here at some length, has been spoken of as a parade of learning, but Cassiodorus, Isidore, and Boethius were not

'learning' in those days; they were everyday text-books, and Bacon may be pardoned for thinking that when a thing has once been well said, there is no object in trying to say it in other words. Much of the first part of the work dealing with the utility of Mathematics in all other branches of science may be compared with the earlier chapters of Book IV of the *Opus Majus*, first printed by Combach in 1614 under the title of *Specula Mathematica*.

For the modern reader the main interest of this work lies in three directions; (1) in the amount of mathematical literature and teaching available to the student in the third quarter of the thirteenth century, (2) in Bacon's attitude to the teaching of Boethius, (3) in his attitude to Euclid's teaching in the version known to him, and to the history of that version.

Bacon cites the names of a number of authors and their works in several chapters; for example, in writing of Geometry he mentions (p. 42) Euclid *de Datis*, Theodosius *de Sferis*, and others; (p. 44) the *de Isoperimetris*, the *de Replentibus Locum*, the *de Curvis Superficiebus* of Archimedes, Vitruvius *de Architectura*, and the *de Conductibus Aquarum*, together with the *Liber Trium Fratrum*. Elsewhere (p. 38) he cites the spurious fourteenth book of Euclid and his *de Spheris*.

Later works from Arabic sources were the *Algorisms*, *Algebra*, *Almagabale*, the *liber Abaci* of Bernelinus, the *Regula de Abaco Computi*, and the *Libellus de Numerorum Divisione* of Gerbert, the latter written when he was a teacher (G. Scolasticus); the *Almagest* and its successors, the works of the Magistri Probacionis and other writers on Astrology; Thebit *de Figura Albata* in the translation of Gerard of Cremona, *de Perspectiva* which may mean in Bacon's writings either Ptolemy's *Optics*, Euclid, Alhazen *de Aspectu*, Alkindi *de Aspectu*, the *de Visu*, the *de Speculis*, (*Catoptrica*), Tideus in *Libro Aspectuum*, or his own treatise. Apollonius, Themistius, and Varro are also referred to, together with a number of authors whose connexion with mathematical subjects is remote. Whether all these authors were available to the general body of students is perhaps

doubtful; on the other hand, we have to remember the large sums paid by Bacon in collecting manuscripts over many years, and that they were in existence either as early manuscripts or as translations from the Arabic at his time.

Boethius moulded, if he did not dominate, the scientific thought of the early Middle Ages up to the complete victory of the Aristotelian physics. His system of numerical proportions and *medietates* was ultimately designed to assist in the comprehension of the Platonic conceptions in the latter part of the *Timaeus* and of the *Republic*—in short, of ‘God as the arithmetician’ to use modern scientific slang. Early in the thirteenth century Jordanus Nemorariensis undertook to recast his theory of Arithmetic in ten books, each containing a number of definite propositions. His work was edited by J. le Fèvre of Étaples (Faber Stapulensis) and printed at Paris in 1514 by Stephanus with notes and a useful table of correspondence with the text of Boethius, which has eliminated the need of giving detailed references to the quotations from Jordanus by Bacon. Le Fèvre in another connexion has rendered service to medieval students by printing the text of an undescribed version from the Greek of the *Topica* and *Sophistici Elenchi* in *Logica Aristotelis*, Lyons, 1509.

Bacon has followed Boethius very closely—not always in the main order of his argument, e.g. he puts geometric progression before arithmetical, but in close agreement with his thought. Indeed, he sometimes elaborates his details, as in the ratios of two numbers, which he distinguishes very minutely in accordance with his own principle that unless a thing has a name and a definition it cannot be the subject of reasoning. Bacon evidently hoped that by his methods he would throw light on the mysteries of the Christian faith (p. 144–5) as Boethius had hoped to solve the Platonic riddles. The Abacus of Gerbert (and of Bacon) was that attributed to Boethius (figured by Friedlein) but no doubt of much later introduction.

The text of Euclid used by Bacon was that ‘ab Euclide in arabico composita et ab Adhelardo Bathoniensi in latinum

transumpta'. This text has never been printed, and though comparatively many manuscripts are known, they differ widely from each other. His translation dates from the end of the first quarter of the twelfth century and abridgements containing only the enunciations are the form of his translation more usually met with. The Digby manuscript 174, f. 99, from the prologue of which the remark quoted above is taken, contains demonstrations only with the diagrams—the enunciations being usually represented by their first few words. But no general statement as to this version can be made until a list of the manuscripts has been drawn up, and at least their chief variants studied. A text which has been copied and recopied for over a century and a quarter for use by students, especially towards the end of the twelfth century when Gerard of Cremona translated the version of Euclid edited by Thebit (Thabit ben Qurra), must inevitably have suffered considerable change. In the third quarter of the thirteenth century another version of Euclid by Campanus of Novara appeared, and this version became the standard text up to and long after the end of the Middle Ages. It has often been said that Campanus took over the work of Adhelard without acknowledgement, but if this late twelfth-century Digby text represents the original of Adhelard at all accurately, there is little verbal correspondence between the versions to justify the aspersion, as far as my limited examination allows me to form an opinion. Weissenhorn in his study *Die Übersetzungen des Euklid (Abhandlungen z. G. d. Mathematik, Heft 3)* has dealt with some aspects of this question. What is noteworthy is that in one case where Bacon declares that he will give a better illustration than that in Euclid's text (p. 125) 'Octavam autem demonstrabo propter unam causam decem dictarum, scilicet ut videatur crudelitas demonstracionum horribilis que in hoc libro regnat, ut hujusmodi dampnabilis consumpicio temporis evitetur'. This demonstration (pp. 128, 129, l. 22) of V, prop. 8, is to be found at length in the same words in the version of Campanus, and most of Bacon's other demonstrations of the fifth book are likewise incorporated by him. I have already remarked on the great similarity of parts

of Campanus' work on the *Compositus* to our printed text. These correspondences are a new proof of the fame of Bacon during his lifetime.

One aspect of Bacon's criticism on the teaching of mathematics (pp. 118, 121), that too much time is wasted on unnecessary demonstrations, will be more generally appreciated at the present date than some other of his strictures. He would seem to think that a student needs only to know the actual results, except in a few cases where it is necessary to see how these can be proved to be true.

His criticism of the validity of certain of Euclid's assumptions and definitions which need demonstration (p. 119) is very much in line with the thought of modern editors. It is not entirely original: a great deal of early criticism is summed up in the work of Anaritius (Al Narizi), and Bacon's additions or elaborations have not been carefully distinguished. His main contributions seem to be concerned with Book V, the study of ratios and proportions, which was his principal interest in the study of Mathematics as applied to life. His selection of the propositions in Euclid of chief importance is illuminating (pp. 140-3); they run mainly from the sixth to the eighth book.

One of the interesting points in the bibliography of the subject is his mention of the 'editio specialis' of Adhelard. I take these words to mean 'a setting forth in particular', and was disposed to think they applied to the prologue of the Digby manuscript 174, f. 99, especially as three of the quotations are found there textually. The question is still open until a serious study of his Euclid manuscripts is undertaken.

A further volume of this series will (Deo volente) complete the issue of unpublished recognized works of Roger Bacon. It should consist of short tracts, of the unpublished parts of two long treatises which overlap sections of the *Communia Naturalia*, attempts to identify the *disjecta membra* of the 'Metaphysica mea', and an edition of the *De Potestate* to get rid of the well-known enigma 'Luru vopo vir can vtriet'. (See *Nature*, Feb. 11, 1928.)

I have once more to express my thanks to the readers of the Press, to the British Academy, and to the Delegates of the Clarendon Press for their long-suffering kindness.

ROBERT STEELE.

SAVAGE CLUB,
LONDON, S.W. 1.

COMMUNIA MATHEMATICA

S. = B.M. Sloane 2156

D. = Bodl. Digby 76

HIC incipit volumen vere mathematice habens sex libros. S. f. 72 a 1.
Primus est de Communibus mathematice et habet tres par-
tes principales. Prima pars continet quedam communia
preambula ad interiora mathematice et habet <quinque>
5 distincciones. Prima distinccio comparat mathematicam ad
methaphysicam et separat eam a falsa mathematica et dat
intencionem ejus et libros hujus sciencie tocius determinat
et causas universales errorum humanorum in hac sciencia
sicut in aliis excludit. Dat eciam mathematice laudes et
10 utilitates per duas vias, reservans secunde distinccioni et
aliis cetera que ad laudes et utilitates mathematice requi-
runtur. Et hec distinccio prima habet vij capitula. In
primo fiunt tria que in principio enumeravi. Nam in primo
comparo mathematicam ad methaphysicam, secundo ad
15 magicam, tertio replica numerum et ordinem librorum qui
de integritate istius sciencie componuntur. Sic autem per
totum istud volumen sicut in aliis meis voluminibus philo-
sophie volo observare, ut partes et distincciones et capitula
cum expressione brevi eorum que in illis continentur pre-
20 scribantur quatenus lector facilius intelligat que tractantur.
Et ad evidenciam majorem volo in capitulis singulis illud
quod principaliter tangitur in eis inchoari capitalibus litteris
et in linearum principiis cum minio annotari.

Capitulum primum.

25 NECESSE est omni tractanti de sciencia quacumque
speciali ut eam aliis eque sepius comparet ad scienciam
communem omnibus que methaphysica nominatur; cuius
proprium est dare divisionem omnium scienciarum magna-
rum et differenciam et originem, et quod est proprium
30 cuilibet, et ordinem illarum assignare, et quis eas invenit,
et quando invente sunt et ubi, et verificare principia illarum.
Et omnis sciencia specialis supponit sua principia esse et

non potest ex sua virtute propria investigare illa ut Aristoteles docet, et hoc manifestavi in *Methaphysica* mea. Similiter nec cetera que numeravi (aliter nominavi) potest aliqua specialis sciencia docere, quia communia sunt et generalia omnibus scienciis particularibus | propter quod 5 reservantur communi sciencie cuius proprium est formare et figurare alias sciencias omnes et ostendere qualiter fieri (aliter sciri) debeant et doceri. Et quoniam homo multis modis errat, et quedam sunt cause universales errorum humanorum quibus impediuntur nimis in omnia sciencia et 10 vita et negocio. Ideo hec sciencia universalis eas precurrit ut in omnibus particularibus scienciis evitentur. Cupiens igitur mathematicam tractare infra radices methaphysice sicut feci logicam quam immediate sequitur mathematica, volo sicut debo ut in pluribus abstinere a demonstracione 15 eorum que verificavi in alia sciencia communi, licet multa ibi verificata que mathematice valent, recitabo per modum narrationis secundum quod congruit mathematice, et aliquando, licet raro, afferam probaciones aliquas methaphysicas, scilicet in casibus certis quando magna necessitas 20 erit, ne novitate nimia aliquid proponam sine sua ratione cuius contrarium pro rato communiter celebratur. Sic enim quasi assumam officium methaphysici ut Aristoteles fecit in *Elenchorum* principio et *Physicorum* et alibi, vel probando subjectum sciencie esse, vel aliquod principium, 25 vel aliqua alia necessaria causa, secundum quod postulat res declaranda. Nec mirandum est quod in diversis scienciis multa tangantur eadem, nam omnes sciencie sunt adinvicem connexe, et certum est eas in multas convenire. Hec in methaphysicis ostendi certitudinaliter nec oportet de hoc 30 in aliquo dubitari.

Secunda pars capituli primi.

DECLARAVI quidem in *Methaphysica*, quod mathematica dicitur duplice. Una est pars philosophie et alia inter magicas et erroneas stulticias computatur. Nam illa que 35 erronea est nec est pars philosophie nec alicujus sapiencie.

ii precurrit] percurrit MS.

Imponit enim necessitatem libero arbitrio, ut homo natus in tali constellacione sit castus necessario, aliis sit luxuriosus in alia constellacione natus, et sic de aliis moribus et fortunis et de omnibus actibus docet, quod a virtute stellarum necessitas sit confirmata, ut nichil valeat racio nec consilium nec gracia dei, nec temptacio dyaboli noceat homini in hac vita. Item de singulis futuris et presentibus occultis et preteritis et naturalibus et aliis certitudinem repromittit quorum utrumque nephias et non solum contrarium fidei set contra philosophicam veritatem. Et hec mathematica dicitur a 'mantos' vel 'mantia' quod est divinatio, ^{f. 72 b 1.} ut in tractatu meo *Grece gramatice* explicavi. Sed mathematica vera que considerat quantitatem et ejus species neutrum ponit nisi in hiis que in celo renovantur, ut sunt eclipses et motus stellarum et hujusmodi, potest omnino certificare, et potest ac debet veraciter judicare. Sed de certificacione inferiorum rerum omnium et de judicio infallibili circa omnes (aliter omnia), et maxime circa humana opera non presumit. Verumptamen certificat celestia que sunt cause horum inferiorum naturalium et occasiones humanorum per que potest homo peritus in rebus mundi et temperatus in judiciis quamplurima veraciter et laudabiliter judicare. Sed de hiis in *Methaphysica* certificatum est quantum ad eam pertinet. Et cito inferius exponetur hec difficultas, scilicet quando fiet mencio de partibus mathematicae, atque in tractatu *Astronomie judiciarie* complebitur de hoc sermo. Et hec mathematica scribitur cum aspiracione, et dicitur a 'mathesis' quod est disciplina, quia habet medium productam, ut in mea *gramatica Greca* exposui, licet totum vulgus Latinorum credit quod media sit correpta secundum quod fiunt versus falsi:

Scire facit mathesis sed divinare mathesis
et consimiles.

Tertia pars capituli primi.

HEC autem vera mathematica dicitur esse de quantitate, cuiusmodi sunt linea, superficies, corpus, numerus et ³⁵ ²¹ temperatus] tpātus MS.

hujusmodi, et habet partes quatuor famosas que vocantur Geometria, Arismetica, Astronomia, Musica. Geometria dicitur de lineis, superficiebus, et corporibus: Arismetica de numeris. Astronomia de quantitate astrorum et aliorum celestium et quorundam terrestrium annexorum. Musica 5 docet de quantitate que est in sono vocis et instrumentorum et in gestibus conformatis sono motibus consimilibus et confraccionibus competentibus | ut inferius elucescat. Quedam vero sunt communia omnibus istis quatuor. Et nota est nobis via a communibus ad propria ut Aristoteles ait primo *Physicorum*. Quapropter in primo libro hujus voluminis tractabo hec communia, in secundo de geometricis, in tercio de arismeticalis, in quarto et quinto de astrologicis et astronomicis. in sexto de musicis ea que videro necessaria explicabo. Ordinem autem hunc cum certa probacione ex *Methaphysica* mea requirat lector, et tamen in isto libro primo aliquid exponetur.

Capitulum secundum recitans primo causas universales humani erroris, secundo enumerat vicia et dampna que ex illis contingunt in mathematica, tertio tangit in universalis modum quo remedia sunt possibilia cum promissione illorum in hoc tractatu.

CAUSE vero erroris humani universales sunt primo considerande in omni negocio studii et vite et officii. Et ideo in principio *Methaphysice* que ordinat totam sapienciam demonstravi maliciam istarum causarum auctoritates rationes et exempla sapientum copiosius ingerendo, et ostendi quod hec totum studium et per consequens omnia confundunt. Quia qualis homo est in studio sapiencie talis in vita et religione comprobatur. Prima est zelus propriae sententie quo quisque inciturn reprobare omne quod ignorat in solacium sue impericie vilissimum et periculosum. Et ut velut ebrius elacione propria illud modicum quod scit et indignum, vel quod magis extimat scire quam sciat, coram deo et omnibus sanctis et omnibus sapientibus magnificet et extollat. Secunda est indigens et fragilis auctoritas que nimis abundat in multis, docere presumentibus in singulis

facultatibus qua non bene a nobis examinata capimur a
 juventute, et velut equus et mulus chamo et freno trahimur
 tam in modo studendi quam in sciencia vel substancia studii
 ad errorem. Auctores eciam dignissimi multa scripserunt
 5 et docuerunt ex rumore | et opinione et sola estimacione f. 73 a 1.
 quorum non habuerunt experientiam, tam in celestibus
 quam inferioribus et longe distantibus ac prope, et sicut in
 naturalibus sic in moralibus et in artificialibus et omnibus
 scienciis et operacionibus et instrumentis sapientie, quorum
 10 aliqua falsa sunt, et alia nimis dubia, quedam obscura et
 perplexa, alia inutilia et superflua multa, preter hoc quod
 multa desunt necessaria que ab eorum successoribus sunt
 addenda. Sed consuetudo tercio nos ligat in errore et
 constringit forcius quia ipsa est altera natura ut Aristoteles
 15 dicit libro *Problematum* et alibi, cuius violentia sic deti-
 nemur secundum Aristotilem xº. *Ethice*, ut vel impossibile
 sit aut nimis difficile ab errore retrahi consueto. Quarta
 vero est sensus vulgi imperiti quo confirmamur in falso.
 Nam quod a vulgo celebratur, quidquid illud sit, tamquam
 20 verum recipitur. Et vix sapientissimi contra summas falsi-
 tates placentes vulgo audent in contrarium murmurare.
 Cum tamen vulgus a principio mundi et ubique fuerit a
 viis sapientum divisum, ut sunt sancti et philosophi et
 ceteri sapientes. Non induco ad presens raciones et sen-
 25 tencias et exempla sapientum que probant hec quatuor
 esse ab omni veritatis consideracione releganda, quia quod
 est proprium communi sciencie non debet in scienciis
 specialibus explicari. Recurrat igitur hujus capituli lector
 ad altiorem scienciam, cum tamen sufficiat propria expe-
 30 riencia cuiuslibet in se et in aliis quod dignus est pena et
 sensu qui non experitur hec quatuor causare summa
 dispendia cuiuslibet persone, sicut et multitudinis in hoc
 mundo.

Secunda pars capituli secundi distinccionis prime.

35 ET cum hec quatuor omnem scienciam pervertunt
 maxime tamen mathematica, et hoc in vij propter vilissima
 et | vanissima et propter infinita superflua, et quia defectus f. 73 a 2.

necessariorum multorum pretermittitur et intolerabilis difficultas ingeritur, postponuntur communia et intromiscentur propriis contra naturalem ordinem, ordo eciam pervertitur in propriis, et propria que distinguuntur naturaliter turpiter adinvicem confunduntur. Propter que vix dispendia istius scacie studentes despiciunt mathematicam quia vix per totam vitam possunt eam scire, cum tamen si recte doceretur infra tempus modicum posset sciri.

Tercia pars capituli secundi distinctionis prime.

QUAMVIS autem regraciandum sit auctoribus qui nobis 10 dederunt sciencie radices, tamen quia nichil est perfectum in humanis invencionibus nondum extraxerunt omnes ramos proceros nec totam florum suavitatem nec plenitudinem fructuum intulerunt. Et non est dubium quin multa dissimulaverint propter indignos, et propter studiosos excitandos quamplurima neglexerunt. Et ideo posteriores qui ingrediuntur fundamenta antiquorum possunt in multis rectificare studium (aliter edificium) sapientie tam in substantia scienciarum quam in modo sciendi, quod in presenti volumine cum omni benevolo nec corrupto quatuor causis 20 predictis certius declarabo.

Capitulum 3^m in quo prima utilitas et laus mathematice innuitur esse querenda et quomodo ille tractatu universali ostense sunt in metaphysica. Secundo descendit ad modos particulares probandi hoc in isto volume, eligendo unum modum de illis per auctoritates elegantes, sed in hoc capitulo auctoritates pure philosophantium inducuntur.

RELEGATIS igitur omnino a consuetudine presencium quatuor predictis causis errorum, volo aliquid invenire circa utilitatem et laudem mathematice ut ad ejus studium suavius excitemur. Omnis enim res negligitur quantumcumque sit eximia dum ejus laus et utilitas ignorantur. Quoniam enim mathematici non laborant ad hoc aut parum f. 73 b 1. in principio | suorum librorum nec eciam alibi, ideo pauci 35 ad studium mathematice excitantur. Ostendi autem in

Methaphysicis per modos utiles quod nulla sciencia potest haberi sine hac sciencia nec quod aliquis potest suam ignoranciam in aliis percipere scienciis nisi fuerit in hac (aliter hic) preclarissime informatus. Nec res hujus mundi sciri possunt nec utilitates corporis et rerum poterit homo habere nisi hujus sciencie magnalibus sit imbutus, et quoniam bonis anime multum valent bona corporis sciencie et fortune si recte dispensemur. Ideo cum sapiencia mathematicae valeat in hec bona, necesse est quod multum sit necessaria sciencia mathematicae ad bona anime procuranda. Et quoniam humana famulantur divinis, ideo innuebam in *Methaphysicis* quod mathematica est necessaria divine sapientie supra id quod aliquis valeat sufficienter explicare.

Secunda pars capituli tertii.

15 DIMITTAM igitur vias methaphysice ut inquirantur que necessaria sunt ad laudes mathematicae utiles. Nunc in hoc libro volo aliqua magis particularia tangere et per propria istius sciencie propositum adimplere. Triplex autem via hic consideranda est in principio. Una est per auctoritates. 20 Alia est per inductionem in scienciis faciendam. Tercia per divisionem mathematicae in partes quarum proprietates nobiles ostendunt mirabiles esse laudes et utilitates istius sciencie et jocundas. Quarta autem via est in applicacione mathematicae ad res hujus mundi sciendas et sciencias alias 25 tam divinas quam humanas quomodo scilicet omnes sciencie requirunt demonstraciones mathematicae et opera et instrumenta ejus, nec aliter sciri possunt (aliter poterunt) nec doceri. Sed hic modus non potest exprimi ante finem mathematicae quod in descensu ad alias sciencias docebitur 30 lucide et patenter. Circa vero primum procedens. Incipio a Boetio. Dicit enim in prologo *Arismetice* secundo Mathematicae ‘quatuor partibus si careat inquisitor verum minime | inveniri potest.’ Et iterum: ‘sine hac quidem f. 73 b 2. speculacione veritatis nulli recte sapiendum est’, et adhuc 35 dicit ‘qui spernit has semitas sapientie, ei demonstratio (aliter demonstrato) non recte probandum.’ Et iterum ait: ‘constat

35 denuntio *Bo.*

36 philosophandum *Bo.*

quisque hec pretermiserit omnis sapientie perdidisse doctrinam.' Quod eciam omnium antiquorum sentencia confirmat, dicens: 'inter omnes prisce auctoritatis verios qui Pictagora duce puriore mentis ratione viguerunt, constare manifestum est, haud quemquam in philosophie disciplinis ad cumulum 5 perfectionis evadere (id est, attingere), nisi cui talis prudencie nobilitas quadruvio vestigatur (id est, investigatur).' Ceterum cum sint tres modi philosophie essenciales, ut dicit Aristoteles 3º *Methaphysice*, scilicet mathematica, naturalis, et divinus, non parum valet mathematica ad reliquorum 10 duorum modorum sciencie comprehensionem, ut docet Ptholomeus in primo capitulo *Almagesti*. Et cum divinus sit duplex, ut patet in primo *Methaphysice*, scilicet prima philosophia que deum esse declarat et ejus nobiles proprietates investigat: et moralis seu civilis sciencia, que cultum 15 divinum statuit, et multa de deo secundum possibiliterum humane rationis digna exponit, ad utramque istarum multum valere mathematicam. Idem Ptholomeus asserit evidenter propter quod Boetius in fine *Arismetice* docet mathematicas consideraciones in rebus civilibus inveniri, 20 cujus sentencia explicabitur inferius suo loco. Ceterum quod docet Boetius ipse Aristoteles in *Sciencia Civili* et sui commentatores explicant multis modis. Partes philosophie accidentales sunt logica et gramatica ut ostendi in *Methaphysica*, et quod ad eas multum valeat mathematica 25 patet per ea que docet Alpharabius libro *de Sciencis* et Aristotiles in libro suo *de argumentis poeticis*, et omnes auctores medicine qui complete tractant eam hoc docent | f. 74 a 1. evidenter. Sed cum veniemus ad secundum modum declarandi mathematicae laudes hec clarius elucescent. 30

Capitulum quartum in quo auctoritates magis accedentes ad divina inducuntur, et primo dat rationem hujus, secundo ponit eas.

SICUT vero Boetii philosophantis Christiani et theologi magni, ut patet in libris suis *de Trinitate* et *de duabus* 35

1 quisquis, omnem, philosophie Bo.

3 viros Bo.

16 multam MS.

naturis et una persona Christi et aliis operibus ejus,
induxi auctoritates quas philosophice scripsit, sic possum
et volo et debo per auctoritates Cassiodori et sentencias
philosophantis propter divina laudes mathematice revolvere,
⁵ *precipue cum illas in suis libris philosophicis edoceat*
*gloriose. Manifestavi enim in *Methaphysica* quod philo-*
sophantes Christiani debent altius extollere philosophiam
quam homines infideles.

Secunda pars hujus capituli quarti.

- 10 CASSIODORUS igitur in prefacione *de Artibus et Disciplinis studiorum secularium*, de laude mathematicae scribens
 ait ‘Mathematicam Latino sermone doctrinalem possumus
 appellare, quo nomine licet omnia doctrinabilia dicere
 valeamus quecunque docentur, hoc tamen sibi inest vocabu-
¹⁵ lum propter sui excellenciam et proprie vendicavit.’ Et
 in tractatu eciam *Mathematicae* sic dicit ‘Disciplinales sunt
 que nunquam opinionibus decepte fallunt, et ideo tali
 nomine nuncupantur’, et insert ‘has dum frequenti medita-
 tione revolvimus, sensum acuunt, lumenque sciencie dete-
²⁰ gunt, et ad illam supernam contemplacionem domino
 largiente perducunt, . . . quas merito sancti patres legendas
 persuadent. Quoniam magna ex parte per eas a carnali-
 bus rebus appetitus abstrahitur et faciunt desiderare que
 solo domino largiente corde possumus respicere.’ Et si
²⁵ in speciali volumus ejus sentencias de singulis famosis
 partibus inferre, possumus dicere quod in eodem tractatu
 ponit pro laude geometrie, dicens ‘Etenim si fas est dicere
 sancta divinitas quando creature sue diversas species f. 74 a 2.
 formulasque dedit, quando cursus stellarum potencia vene-
³⁰ randa distribuit et statutis lineis fecit currere que moventur,
 certaque sede que sunt fixa constituit, quidquid bene disponi-
 tur ac completur potest discipline hujusmodi qualitatibus
 applicari.’ Nam omnis creatura sensibilis suam desiderat
 configurationem propriam, sive pro motu sive pro quiete,
³⁵ seu pro quacumque alia condicione et operacione, et secun-
 dum eleganciam figure cuiuslibet rei pulcritudo consurgit.
 Pro laude arismetice dicit ‘Tolle compotum (seu compu-

tacionem) a rebus et omnia ignorancia ceca complectitur, nec valent differre a brutis animalibus qui numeri ignorant quantitatem.' Et Ysidorus in tractatu *Arismetice* eandem sentenciam, et fere sub eisdem verbis ingerit, dicens 'Adime seculo compotum, et omnia ceca ignorancia complectitur. 5 Nec possunt differre a ceteris animalibus qui calculi nesciunt rationem.' Pro laudibus quidem et utilitatibus astronomie dicit Cassiodorus 'Astronomiam si casta et moderata mente perquirimus, sensus nostros, ut veteres dicunt, magna claritate perfundit. Quale enim est ad celos animo subire, 10 et totam illam machinam supernam (aliter supremam) indaga(bi)li ratione perscrutere et inspective mentis subtilitate ex aliqua parte colligere quod tante magnitudinis archana velaverunt?' et subjungit, 'Ex quibus enim videtur clima noscere, horarum spacia comprehendere, lune cursus (aliter 15 cursum) pro inquisitione paschali, ne simplices aliqua confusione turbentur qua ratione fiant advertere non videtur absurdum.... Est eciam alia quoque de talibus non despicienda commoditas, si oportunitatem navigacionis, si tempus arantium, si estatis caniculam, si autumpni suspectos imbres inde 20 discamus.' Musice vero laudem inducit in vita, in studio theologi, et in multis, et quatenus sentiamus ejus utilitatem,

f. 74 b 1. infert sermo|nem universalem, dicens 'Et ut breviter cuncta complectar, quidquid in supernis sive terrenis geritur ab hac disciplina non refertur exceptum. Gratissima ergo nimis- 25 que utilis cognitio est que sensum nostrum ad superna erigit et aures modulacione permulcat.' Multas autem auctoritates sanctorum de laudibus harum scienciarum omitto, quia non sunt in tractatibus eorum philosophicis quas in *Methaphysica* posui, quia hec generalis sciencia 30 ad omnia philosophica ubicumque inveniatur se extendit, et est poterior elevare humanam sapienciam ad divina, quod eciam Aristotiles et Avicenna in suis *Methaphysicis* edocent, et multipliciter hoc in mea *Methaphysica* demonstravi, precipue cum methaphysica Christianorum debeat 35 esse complecior quam infidelium et se potentius extendere ad

6 differri Ys.

15 lune] sive MS.

20 suspectas MS.

24 com-

pleteam MS.

majora. Similiter quia omnes sciencie debent a Christianis tradi melius et altius respectu divinorum. Quod eciam legum civilium latores Christiani pro laicis regendis observaverunt fideliter et eas secundum exigenciam fidei tradiderunt.

5 *Capitulum quintum in quo ostenditur utilitas mathematice per ea que continentur in scienciis aliis, et hoc primo ostendit in gramatica, secundo in logica ex libro Predicamentorum.*

SECUNDUS modus ostendendi laudes mathematice oritur ex consideracione eorum que in singulis scienciis de mathematica requiruntur. Sed quoniam sole grammatica et logica precedunt mathematicam in ordine doctrine, et non debo probare aliquid nisi eis qui intelligere possunt rationem probandi, ideo hiis qui estimantur scire logicam sive 5 grammaticam, sive sciant naturalia sive metaphysicalia et alia, sive non, volo probare quod non potest homo docere logicam vel grammaticam nisi optime in mathematicis sit imbutus. Et taceo hic de aliis scienciis ne michi obiciatur quod utor eis in docendo quod non possunt sciri ante mathematicam nec sine ea. Et propter hoc in *Methaphysica*, que communis est omnibus | scienciis, descendo ad omnes f. 74 b 2. sciencias et philosophie et juris et theologie ut infinita laus et utilitas mathematica relucescant. Mathematicus enim docens potest a logicalibus descendere in grammaticalia, quia 15 in eis instructus est, et similiter addiscentes mathematicam. Sed quia mathematica precedit omnes alias sciencias ideo non debet ad illas festinari, et precipue propter addiscentes ne confundantur illis que non didicerunt et ut tractandi proprietas in hac sciencia observetur.

30 *Secunda pars hujus capituli quinti.*

Si igitur de grammatica volumus veraciter docere, certum tamen est quod illa se habet ad musicam sicut carpentaria ad geometriam. Et sicut quecumque mechanica ad partem philosophie cuius est dare causas et rationem de hiis que in 35 mechanica ei subjecta sine causarum noticia premittuntur. Unde sicut manu artifices sculpunt lapidem et scindunt ligna

ignorantes propter quid et causas operum edificii, et agunt sicut bruta animalia et inanimata ut ignis comburit, sicut Aristotiles dicit primo *Methaphysice*: Sic gramaticus qui potestatem sciencie musicæ ignorat profert sermones prosaicos secundum accentus et comata et cola et periodos, de quibus in *Gramatica* feci sermonem, et componit metra et rithmos. Nam omnium horum causas et raciones docet sola musica, sicut auctores musicæ ut Augustinus, Marcianus, et alii multi dicunt, et grammatici similiter, ut Censorinus *de accentibus* et alii. Cassiodorus eciam *in scienciis liberalibus* hoc testatur. Est in musica aliqua prosaica alia metrica alia rithmica, et multis aliis modis, ut in divisione parcium musicæ inferius elucescat. Et grammatici istius temporis, quia nesciunt causas et raciones metrorum et rithmorum, componunt metra et rithmos a casu. De rithmis enim et de metris aliis a

f. 75 a 1. sex | pedibus et quinque quibus utuntur pueri, aut nichil dignum sciunt aut casualiter faciunt, solum respicientes numerum sillabarum et clausularum consonancium non artem qua usi sunt antiqui grammatici. qui fuerunt in musicalibus informati. Nec dubium quin ad solam musicam pertineat causas vocum humanarum dare secundum omnes proprietates earum absolutas, et quod grammatica que utitur voce non propter se sed ad signandum uni quod apud alium est quando ea sit in hac parte subjecta musicæ, et multipliciter et subalternata, ut in particulari et in disciplina propria habet doceri, cum ad tractatum musicæ accedemus.

Tertia pars quinti capituli.

SIMILITER logica et quantum ad principium et medium et finem rebus mathematicis gaudet sciri. Nam liber *Predicamentorum* est primus liber logice secundum Aristotilem sed constat predicamentum quantitatis cognosci non posse sine mathematica, eo quod sola mathematica constituit cognosci. Unde primi logici ignorantem mathematicam non possunt predicamentum quantitatis exponere ut oportet. Quantitati vero annexa sunt predicamenta, primo ipsius 'quando' propter tempus, quia 'quando' est 'esse' et 'fore' et 'fuisse' in tempore, et similiter predicamentum ipsius

'ubi' propter locum, quia 'ubi' est 'esse in loco', quia est posicio propter eundem. Nam posicio que vocatur situs est ordinacio partium alicujus respectu loci, ut jacere, stare, et hujusmodi. Et si credimus ipsi Averroei quinto *Methaphysice*, Predicamentum 'habitus' sine comparacione ad 'ubi' nullatenus potest sciri. Major vero pars predicamenti qualitatis continet proprietates et passiones quantitatum absolutas quas geometria et arismetica considerant, que omnes sunt in quarto genere qualitatis, et hec sunt proprietates linearum, angulorum, superficierum, corporum, et omnium figurarum et numerorum quas Aristotiles | qualities in quantitatibus vocat, ut rectum, curvum, figura, forma, et omnia alia que continue et discrete in mathematicis assignantur. Quidquid vero dignum est consideratione in predicamento relationis est proprietas quantitatis relata, ut sunt proporciones et proporcionalitates, et medietates geometrie arismetice et musice, et species majoris inequalitatis et minoris, et cetere proprietates quantitatum relate que in mathematicis pertractantur. Quod autem accio et passio non possunt sciri nec doceri sine lineis et angulis et variis figuracionibus, manifestum est sapientibus. Nam Aristotiles dicit quinto *Physicorum* quod 'natura operatur breviori modo quo potest', linea autem recta est omni brevissima, et ideo super lineam rectam est accio naturalis, et in secundo *Celi et Mundi* dicit quod grave cadit deorsum ad angulos rectos et sic est de omni operacione naturali. Nam nulla linea brevior est quam illa que cadit ad angulos rectos, et racio multiplex in hujusmodi invenitur, et a quolibet puncto superficie agentis venit virtus ad quemlibet punctum patientis hoc modo. Et hoc patet quando homo sedet ad ignem, quilibet enim pars ejus igni objecta recipit virtutem ignis venientem a quolibet punto ejus, et sic de sole et omnibus agentibus. Hoc autem non potest esse nisi in figura descripta superius, que piramus vocatur, habente latitudinem in superficie agentis et acumen in parte patientis, et sic de aliis variis figuracionibus que in sequentibus voluminibus patebunt, sed nunc grosso modo tetigi ut saltem propositum appareret. Sic igitur omnia predicamenta

f. 75 a 2.

accidencium novem requirunt mathematicam. Similiter quod predicamentum substancie. Nam substancie spirituales non cognoscuntur per philosophiam nisi per corporalia et maxime per celestia, sicut Aristotiles docet undecimo *Methaphysice*. Nec inferiores substancie possunt cognosci 5

f. 75 b 1. nisi per superiores quoniam sunt cause inferiorum, et celestia non cognoscuntur nisi per quantitatem, sicut patet ex astrologia que est tantum de quantitate celestium rerum. Et ideo omnia predicamenta dependent ex generacione (aliter cognitione) quantitatis. Ex hiis igitur omnibus patet 10 quod logico est necessarium ut sciat vias mathematice quatenus possit veraciter et proprie illa exponere que pertractat.

*Capitulum sextum in quo ostenditur utilitas mathe-
maticae per medium logice quod est 'Liber Demonstra- 15
cionum', et primo excusat se ab arguendo per exempla,
secundo ad intencionem accedit.*

MEDIUM vero logice quod est *Liber Demonstrationum*, qui est sicut cor logice influens in ceteras partes, nullo modo sciri potest nisi istum librum docens mathematicis imbuatur. 20 Nec loquor nunc ad exempla mathematica, nam hec sunt communia omnibus scienciis et eciam hanc viam exposui in sciencia communi, scilicet in *Methaphysica* diligenter. Nam ibi demonstravi quod exemplum Aristotilis, de additione gnomonis ad quadrangulum minus ut fiat majus, non potest 25 sciri ante xxij^{am} propositionem sexti libri, et quod dyameter non potest probari coste assimiter ante ultimam partem septime propositionis decimi libri, et quod quadratura circuli non potest sciri ante secundam duodecimi libri, et sic de aliis exemplis tam in numeris quam in figuris, et 30 astrologicis et musicis que in omnibus sciencis inducuntur. Sed quia hec ad communem scienciam omnibus pertinent, ideo non exequor hanc utilitatem mathematice in hoc loco. Multe enim sunt alie utilitates generales quas hic omitto, et in *Methaphysicis* elucescunt. Solum igitur prosequor 35 utilitates particulares quas video proprias in hac parte.

Secunda pars hujus capituli sexti.

DICO igitur quod principia demonstracionum et modus demonstrandi sciri non possunt in libro *Posteriorum* nisi adducantur demonstraciones mathematice | nec potest aliquid f. 75 b 2. dignum intelligi nisi doctor geometriam et arismetram saltem sciat. Nam que sunt diffiniciones et passiones et peticiones et suppositiones, et simpliciter et alicui, ac maxime dignitates, sciri non possunt in libro *Posteriorum* eo quod ibi non ponuntur. Quapropter oportet quod doctor sciat eas adducere de scienciis ubi explicantur per ordinem, sed hoc tantum est in mathematica usque in hodiernum diem apud auctores, et ideo qui ignorat mathematicam nec potest librum *Posteriorum* legere nec docere. Nec eciam potest purus logicus scire quid est quod per nomen dicitur in hiis, quia in illo libro non datur racio nominum sed confunditur et occultatur, non solum propter malam translacionem que multum impedit, sed quia ipse Aristotiles non expressit. Sicut enim ad librum *Predicamentorum* intelligendum necessarius est Porphyrius, sic propter librum *Posteriorum* liber preambulus de mathematica requiritur, aut saltem quod doctor sciat introducere que hic necessaria judicantur. Nam cum sola mathematica sit vere demonstrativa secundum demonstracionem potissimum de qua est liber *Posteriorum*, aut si in *Perspectiva* aut in naturalibus vel alibi sint vere demonstraciones, hoc est per beneficium et applicacionem mathematice, ut certum est omnibus peritis in scienciis, et demonstrabitur in sequentibus, et nunquam invenitur in tota methaphysica aliquid de dignitate nec de maxima propositione nec de posicione secundum hec nomina, cum de hiis tamen principaliter in principio demonstracionum Aristotiles eloquatur. Et cum ipsam posicionem dividit in suppositionem et diffinicionem et dicit quod diffinicio non est supposicio quia supposicio dicit esse vel non-esse, hoc est supposicio, est proposicio affirmativa vel negativa, diffinicio non sic ; non invenimus hoc in principiis demonstracionum in methaphysicis vel logicis | quantum ad modum f. 76 a 1. loquendi et intelligendi, ymmo de necessitate oportet quod diffinicio mathematica sit proposicio affirmativa vel negativa,

ut patet in omnibus diffinitionibus mathematice ; et oportet quod diffinio sit supposicio, ut probavi in *Methaphysicis*, et quod non sint principia demonstracionum, nisi ista, vide-licet supposicio, peticio, et concepcion, quorum nominacio exponitur in libro dicto, nec realis racio assignatur. Hujus 5 quidem rationem docui in *Methaphysica*, quia ad eam pertinet, et inferius notabitur aliquid de hiis secundum quod pertinet ad hunc librum. Qui igitur *Posteriora* docet, nisi sciat mathematica demonstracionis principia non exponet. Deinde quomodo sciet quod diffinio est aliquando 10 demonstracionis principium et aliquando conclusio ? Et ubi purus logicus habebit de hoc exempla nisi sciat mathematicam ? Certe nullo modo poterit. Cum autem modus demonstrandi et ipsa demonstracio consistant in principiis et conclusionibus, et hec ignorantur a proprio logico, ut nunc 15 declaratum est, necesse est quod demonstracio et modus demonstrandi penitus ignoretur. Deinde nulla demonstracio cum sua figuracione, sine qua non intelligitur, ponitur in libro *Posteriorum*, licet multa ponantur exempla informiter, et sine forma demonstrandi, ergo nullus purus 20 logicus potest unum exemplum demonstrare ut exigit racio demonstrandi. Manifestum est igitur quod virtus libri *Posteriorum* non percipitur nisi ab hiis qui in mathematicis sunt instructi.

Capitulum septimum in quo probatur utilitas mathe- 25 maticae per finem logice et primo declarat quis est ille finis, secundo arguit propositum.

SED longe magis ignorabitur finis logice quam ejus principium vel medium per ignoranciam mathematice si diligenter attendamus. Nam certum est per Alpharabium 30 in libro *de Scienciis* et per *logicam* Avicenne et Algaselis, f. 76 a 2. et | per commentum Averroys super librum *de argumento poetico* translatum, et per prologum in quo translator Hermannus Allemanus se excusat quod textum Aristotilis quem fecit de dicto argumento non potuit transferre, quia 35 ignoravit metrum Grecum quibus utitur Aristotiles in hoc

libro, et scimus quod hic liber est in Greco compositus, et de Greco in Arabicum translatus, licet in Latinum non sit conversus Aristotilis textus. Sed Alpharabius exponit nobis intencionem illius argumenti, et Avicenna similiter et 5 Algasel et Averrois, quapropter oportet pōnere genus arguendi poetice, et quod logica de hoc constitutat librum, quoniam ad solam logicam pertinet argumenti composicio et doctrina. Ceterum demonstravi in *Methaphysicis* quod hoc genus arguendi est necessarium, et quod sciencia debet 10 de eo constitui in logica, et quod argumentum hoc est utilius omni argumento cum feratur in anime salutem et circa virtutes et felicitatem, et ut vicia declinentur. Quod argumentum proprium est in textu *Moralis Philosophie*, et in ejus usu et similiter in theologicis probacionibus et 15 doctrinis, et plus potest hoc argumentum in illis movere sine omni comparacione quam demonstracio quantumcumque potissima habeatur. Et jam composui de eo tractatum in *logicalibus*, et ostendi quod ei proprium est. Et secundum Aristotilem et secundum quod exponit Alpharabius, hoc 20 argumentum utitur sermonibus pulcris et in fine decoris, ut rapiatur animus subito in amorem virtutis et felicitatis, et in odium vicii et pene perpetue que ei respondet. Et ideo sermones poetici qui sunt completi et pulcritudine et efficacia movendi animum debent esse ornati omni venustate loquendi 25 prosaice et astricti omni lege metri et rithmi, sicut Scriptura Sacra in lingua primitiva que Hebreia est, et Boecius *de Consolacione*, et Alanus *de Comminacione Nature*, et *poetria Oratii*, et hymni Ecclesie, et multum de officio divino, ut decore et suavitate sermonis animus subito et f. 76 b 1. 30 fortiter moveatur. Nam ‘prodesse volunt aut delectare’ poete, et

Omne tulit punctum qui miscuit utile dulci.

Secunda pars hujus capituli.

DOCETUR igitur composicio hujus argumenti per omnis 35 sermonis prosaici eleganciam et per omnia metrorum et rithmorum genera, sed hec pertinent ad musicam, ut prius

27 *Comminacione*] communione MS.

est habitum et exponetur inferius. Quapropter hic liber logice non potest intelligi nec doceri sine beneficio musice cuius est causas et raciones prose metrorum et rithmorum dare; et ad hoc facit quod translator Latinus non transtulit librum hunc, ut dicit, quia non intellexit maxime raciones metrorum de quibus Aristotiles loquitur habundanter. Cum igitur transferri non possit nisi per hominem qui metrorum et rithmorum causas noverit, manifestum est quod nec potest hic liber intelligi sine causis istis, nec ab aliquo edoceri. Et hic liber est finalis logice, quia ultimum argumenti genus perdocet, quia scilicet ad ultimum bonum hominis, scilicet virtutem et felicitatem, excitat vehementer. Alia enim argumenta veridica movent, vel ad opinionem ut dyaleticum, vel ad scienciam ut demonstrativum, vel ad credendum ut rethoricum; sed istud ad faciendum inducit et ordinat ad bonum hominis completum. Sunt enim hec quatuor tantum argumenta veridica de quibus est logica, ut libri Aristotilis docent et aliorum, et hoc in *Methaphysicis* et *Logicis* demonstravi. Finis autem est melius eis que sunt ad finem, et imponit necessitatem illis, ut Aristotiles docet, et ideo hoc argumentum est dignius aliis, et qui illud nescit non poterit alia scire ut oportet, quia utilitas eorum que sunt ad finem non est nisi respectu ejus, et finis est primum in cognizione et ultimum in existendo. Et ideo finis logice non potest sine mathematica sciri, sicut nec medium nec principium. Et ideo nichil dignum potest purus logicus in logicalibus pertractare. Sicut vero jam ostendi propositum in Gramaticalibus et Logicis, sic posset fieri | in Naturalibus et aliis scienciis, sed dimitto propter causas superius assignatas. Supponatur igitur quod ita sit donec suis locis propriis magis elucescat, et pro rato hoc habeamus in laudem et magnificenciam mathematice sine qua nulla sciencia potest sciri.

f. 76 b 2.

Distinccio secunda de divisione et diffinicie partium quantitatis ut postea sciantur laudes mathematice cuius laudes magne per hanc divisionem partium mathematice reducent. Et habet hec distinccio quinque capitula.

Primum dat rationem quare hee divisiones inter communia computentur, secundo ponit diffiniciones quorundam communium per que dantur diffiniciones partium quantitatis.

5 CUM jam sit ostensa utilitas et laus mathematice per duas vias ab hoc tercio modo. Adhuc hoc idem est ostendendum, scilicet per divisionem ejus in partes suas magnas. Et quoniam divisio sciencie sumitur per divisionem sui subjecti, quia sciencie secantur ut res, ut Aristotiles dicit tercio *de Anima*. Et ad divisionem rerum subjectarum de quibus constituuntur sciencie est divisio scienciarum, ideo primo sunt diffiniende partes quantitatis, secundo divisio mathematice assignabitur juxta primam (aliter illas). Et omnia hec sunt de communibus mathematice et de hiis que primo 15 habent sciri, ut patet bene consideranti, licet inter propria ponantur multa de hiis apud auctores mathematicos et doctores, nam postquam declaracio laudis et utilitatis mathematice pertinet ad communia necesse est quod diffinicio et divisio partium mathematice et sui subjecti, per que illa laus 20 et utilitas edocentur, ad communia reducantur. Preterea ipsa divisio mathematice in suas partes principales est de communibus naturaliter, quoniam oportet totius sumere partes antequam de qualibet divisim pertractetur, et divisio mathematice non potest haberi sine divisione partium subjecti, propter quod in communibus oportet hanc divisionem sicut aliam collocari. Ex quibus eciam manifestum est quod multa que in geometria et arismetica et aliis | ponuntur apud f. 77 a 1. 25 multos tanquam propria non deberent ibi stare, sed in communibus mathematice congregari.

30 *Secunda pars.*

QUANTITATIS autem species non possunt haberi nisi premittantur quedam diffiniciones communes necessarie ad intellectum diffinicionum quantitatum. Et sumo hic diffinicionem largo modo, prout sub ea comprehenditur descripcio, 35 quia mathematicus non curat semper observare proprietatem diffinicionis—hoc enim magis ad methaphysicum pertinet. Et quia vocabula differenciarum specierum que diffinicioni

conveniunt in pluribus non sunt imposita, ideo circumloquimur ea per descripciones ut possumus et debemus. Et diffiniciones hujusmodi preponende sunt aliis, quoniam oportet primo sciri quid est quod dicitur per nomen. Nichil enim aliter potest sciri; nec loquor hic de diffinizione nominis tantum, que dicitur nominis interpretatio ut 'homo' dicitur 'factus ab humo', sed magis de diffinizione reali cum qua tamen satis declaracio nominis innotescit.

Dico igitur quod 'simul' vel est secundum locum vel secundum duracionem, et loquimur de sola temporis duracione. 'Simul' autem loco est secundum indivisionem ejusdem loci secundum numerum, ut substanciam et accidens, corpus et anima, que sunt in eodem loco, vel secundum concomitanciam duorum locorum sine medio, ut duo corpora inter que nullum est medium habent duo loca simul. 'Simul' duracione similiter sunt vel aliqua per indivisionem ejusdem mensure durandi, ut duo motus que sunt in eadem hora temporis, vel per concomitanciam duarum mensurarum durandi ejusdem speciei sibi invicem succendentium, quarum neutra sit pars alterius nec ambe ejusdem, ut due distincte hore sibi invicem succedentes, ut hora prima et secunda. Et si in hora prima esset aliquis motus unus et non alias et ille cessaret omnino et statim alias motus renovaretur in hora secunda, tunc illi duo motus essent simul duracione per concomitanciam duarum mensurarum durandi ejusdem speciei sine medio, que nec essent partes ejusdem duracionis nec altera pars alterius. | Et si motus celi staret et omnes motus simul cum eo currentes cessarent et statim nasceretur alias motus sine tempore medio, quod bene est possibile, ille motus et motus celi precedens essent simul tempore secundum dictam significacionem de simul durando. Tercio modo est 'simul' duracione per concomitanciam duarum duracionum diversarum secundum speciem, ut cum dicitur 'deus et motus celi simul sunt'; hoc non est, quia esse dei mensuratur eternitate et esse motus celi tempore, que sunt omnino diverse mensure.

Terminus est cujusque finis vel principium, et hoc est ultimum rei vel extremitas. Contigua sunt quorum termini

vel ultima sunt simul per concomitanciam duorum locorum
 vel duarum duracionum ejusdem speciei sine medio juxta
 se posita, ut duo tempora distincta ut dictum est sibi invicem
 succendentia quorum unum non est pars alterius nec ambo
⁵ partes ejusdem et motus mensurati illis temporibus sunt
 contigui. Continua sunt quorum terminus est unus, ut
 partes unius virge continuantur ad unum terminum; quando
 vero scinduntur ab invicem habebunt terminos diversos.
 Continuum est cujus partes copulantur ad communem
¹⁰ terminum. Item, alio modo continuum est divisibile in
 semper divisibilia ut nunquam deveniatur ad indivisible, ut,
 cum virga dividitur vel corda vel aliud tale, potest dividi
 in duas medietates et quelibet medietas in duo media, et sic
 semper fiet divisio in divisibilia ut nunquam perveniantur
¹⁵ ad indivisibilia. Discontinuum est cujus partes non copu-
 lantur ad communem terminum ut partes totius aggregati,
 ut in cumulo lapidum, cineris, vel pulveris. Permanens dicitur
 quod simul duracione secundum indivisionem ejusdem
 duracionis secundum numerum totaliter esse potest, ut esse
²⁰ dei est permanens quod est in eternitate, et eternitas est
 tota simul. Successivum est cujus parte superiore ad-
 veniente non manet precedens, ut partes motus et temporis.
 Dimensio est deduccio rei secundum longum | latum vel f. 77 b 1.
 profundum, et ideo sunt tres dimensiones. Posicio proprie-
²⁵ dicta vel est de quarto genere qualitatis vel de predicamento
 situs. Secundum autem quod est de quarto genere qualitatis
 vel est ordinacio partium alicujus in suo toto vel sub-
 jecto distincta hinc et ibi secundum longum, latum, vel
 circuitum, ut contingit signare in lapide vel ligno ibi unam
³⁰ partem ibi aliam secundum dictas vias. Quoniam igitur
 tantum sunt tres dimensiones secundum Aristotilem et
 alios, et quatuor posiciones, non omnis posicio est dimensio,
 nec iterum omnis dimensio est posicio, quia ad posicionem
 requiritur permanentia, ut dicit Aristotiles in *Predicamentis*,
³⁵ et ideo in successivis est dimensio, non tamen posicio.
 Motus enim habet dimensionem secundum dimensiones
 spaci, et tempus secundum dimensionem motus, sed quia
 non permanent nec habent esse stabile sed in continuo

fluxu et varietate, ideo non habent positionem; non enim
 contingit signari ubi una pars ponatur nec alia. Posicio que
 est in predicamento situs est partium rei corporalis ordinacio
 in toto vel subjecto respectu loci, ut jacere, stare et asperum,
 lene et hujusmodi, et aliis modis non est posicio proprie,
 licet per equivocationem violentam poterit sumi pro omni
 ordinacione partium in toto, et precipue in quantis, ut
 dicatur ordinacio partium numeri et partium temporis et
 motus et omnium, sed hoc non est in usu philosophye.
 Infinitum est quod pertransiri non potest, et secundum
 Aristotilem tertio *Physicorum* 'infinitum est cuius quanti-
 tatem accipienti semper est aliquid sumere extra id quod
 acceptum est', sicut si virga extenderetur in infinitum con-
 tingeret semper aliquid accipere ultra id quod acciperetur,
 et nunquam posset pertransiri, et sic dicitur quod continuum
 est divisibile in infinitum. Infinita sunt non tot quin plura,
 sicut dicit Aristotiles secundo *de Generacione*, et que
 transiri non possunt. Finitum est quod pertransiri potest;
 finita autem que comprehendi possunt. Rectum est multis
 modis particularibus | equivoce, unde non potest diffiniri
 f. 77 b 2. in aliquo signato communi omnibus illis modis; quanto
 vero communius accipi potest in uno significato, estimo
 quod sic describi potest 'rectum est quod caret totaliter
 obliquitate' et sic non solum convenit lineis sed quibusdam
 aliis. Non enim esset facile aliquid dare lineis commune
 et angulo rectilineo et angulo recto et hujusmodi, nisi
 carentia omnis obliquitatis. Multa enim sunt quorum
 partes descriptentes vel diffinientes non habent nomina
 positiva. Et ideo describuntur per privacionem, et hec
 sunt res nobiliores propter quarum nobilitatem differencie
 et propria earum non habent nomina aut sunt privativa.
 Et quod unum relatum non possit cadere in diffinizione
 alterius, hoc bene manifestum est in methaphysica. Planum
 uno modo idem est quod superficies, sicut Aristotiles et
 ceteri Greci utuntur pluries, sed nunc inter istas diffini-
 ciones passionum communium dico quod planum est
 habens longum et latum, cujus omnes partes extenduntur
 in rectum. Curvum est quod a plano et recto totaliter

declinat. Concavum est quod natum est circumscribere. Convexum est quod natum est circumscribi et non circumscribere. Et hec omnia que a principio diffinitionum dicta inveniuntur, valde necessaria sunt ad cognitionem sequentium. Et sunt similiter necessaria illi qui vult plane (aliter plene) cognoscere quantitatem modo mathematico et ejus proprietates perfecte. Et tamen omnes auctores hec omiserunt, sicut Euclides qui incipit a diffinitione puncti, omittens omnia que prescripsi, cum tamen hec naturaliter precedant in ordine discipline.

Capitulum secundum, in quo acceditur ad describendum quantitatem et ejus tres species, scilicet lineam, superficiem, et corpus, et dat ordinem. |

POST hoc accedendum est ad descripciones ipsius quantitatis et suarum specierum, et corrigende sunt species falso assignatae quamvis hoc sit magis proprium metaphysice. Sed tamen hic sunt casus necessarii in quibus oportet probaciones mathematicas induci, ne vulgus mathematicorum contra veritatem murmuret 'non probatam'. Quantitas vero est secundum quam aliquid dicitur equale vel inequale. Hec descripcio sufficit hic pro quantitate in communi, nec alii rei convenit nisi mediante quantitate. Circa species quidem quantitatis oportet primo dicere de hiis que ad quantitatem continuam pertinent, propter hoc quod in usu mathematici est primo continua quantitas ut sequentia declarabunt. Diffinicio quidem puncti non potest dari nisi prius describatur linea in communi, ut habeamus lineam finitam cuius termini sunt puncta.

Secunda pars hujus capituli secundi.

EST autem linea quantitas continua permanens habens positionem unam sine latitudine et profunditate, que secundum veram consideracionem non est longitudo sine latitudine cuius extremitates sunt duo puncta, licet velit hoc Euclides, quoniam linea non est longitudo eo quod longitududo est posicio vel dimensio, et hee non sunt quantitates

sed demonstrant eas, ut linea cum posita est in longum est dimensionata et longa; et ideo non predicantur hujusmodi de quantitatibus per inherenciam essentialem sed per denominacionem, et sunt proprietates quantitatum, nec deficiunt propria vocabula sui generis et differentie que in recto 5 possunt de ea predicari, secundum quod jam diffinita est. Ceterum linea curva non habet proprie longitudinem sed posicionem in girum. Si enim ibi esset proprie longitudo esset rectitudo, sed nichil rectitudinis est in ea. Unde, linea unde finita est habet extremitates et puncta, et 10 quamvis omnis linea sit finita, et non possit esse nec intellegi infinita, ut dicit Aristotiles primo *Methaphysice* et tertio *Physicorum*, tamen linea habet extremitates in eo quod est finita, non autem in quantum est linea. Et ideo ad evidenciam diffinitionis debet addi et apponi 'finitum' 15 quando volumus linee dare puncta in extremitatibus. Ceterum Aristotiles bene concedit locis predictis nos posse bene imaginari infinitum. Et Avicenna secundo *Methaphysice* vult quod quantitas non unde est quantitas debet dici finita necessario. Et Aristotiles hoc idem vult sexto 20 *Topicorum*, et philosophi ante eum usi sunt infinito, et posuerunt ipsum esse in actu ut mundum infinitum, et alii spaciū vacuum extra celum esse infinitum. Et ideo ad omnimodam explanacionem diffinitionis linee per puncta debet apponi 'finitum', ne ymaginacio nos perturbet, eo 25 (aliter et) eciam quod mathematicus accipit lineam quam ipse vult in infinitum, ut Aristotiles vult tertio *Physicorum* et patet ex consideracionibus mathematice. Sed ante lineam finitam oportet punctum cognosci, qui in ejus diffinitione cadit. Punctus vero non debet describi per hoc quod est 30 cuius pars non est, licet hoc dicat Euclides, quoniam hoc convenit unitati et multis aliis, sed est terminus linee finite. Qualiter autem punctus habet cadere in diffinitione linee finite et e contrario methaphysici est determinare, quoniam unum relative oppositorum potest cadere in diffinitione 35 alterius, et e contrario. Curva linea est que ubique in girum equaliter declinat a rectitudine. Linea curva convexa est que nata est circumscribi, concava nata est circum-

scribere; sed tamen eadem linea est simul et semel per diversos respectus concava et convexa, scilicet ut nata est continere vel contineri, quia linea non habet profundum quod faciat concavitatem distare a convexitate. Unde non sunt diverse species linee sed una, scilicet curva que diversas habet passiones secundum diversas comparaciones et raciones.

Tertia pars. |

DEINDE oportet superficiem describi que est quantitas f. 78 b 1.
 10 permanens et continua habens duas posiciones sine profundo, et sicut dictum est de linea, sic tamen dicitur quod superficies est que longitudinem et latitudinem tantum habet cujus termini sunt linee; licet hoc velit Euclides, minus bene dicitur, quoniam superficies unde finita est
 15 habet lineas in suis extremitatibus. Item, non omnes superficies longitudines habent sed solum plane. Curva enim non habet longitudinem proprie loquendo, sed habet posicionem duplcem secundum latum et circuitum, et plana secundum latum et longum. Superficies igitur in universali est quantitas continua habens duas posiciones sine profundo, plana vero superficies non est ab una linea ad aliam extensio in extremitates suas eas recipiens, licet hoc dicit Euclides, sed est quantitas continua permanens secundum longitudinem et latitudinem extensa.
 25 Extensio enim est posicio que non predicatur formaliter de aliqua specie quantitatis. Et preterea, superficies unde finita est habet extremitates cujus diffinicio nondum est assignatum. Aut potest dici quod superficies plana est in qua possibile est protrahi ab omni puncto ad omnem
 30 punctum lineam rectam. Superficies finita est quantitas continua habens duas posiciones sine profundo que potest pertransiri, vel cujus termini sunt linee. Recta vero superficies non dicitur sed plana, quia idem est rectum in lineis quod planum in superficiebus, si rectum sumatur pro eo
 35 quod habet longum sine latitudine et profunditate ut convenit linee, quoniam si rectum in communi sensu accipiatur convenit superficie, ut patebit. Sed hoc non est in omni

f. 78 b 2.

sermone, nec quando absolute loquimur de recto ; oportet enim artari hoc vocabulum per aliquod determinabile quando superficie vel aliis convenit. Curva superficies est que latitudinem sine profundo habet in girum equaliter et ubique. Concava superficies est que latitudinem | sine 5 profundo et in girum habet ubique aptam continere. Convexa superficies est que latitudinem sine profundo in girum habet ubique aptam contineri ; quia tamen non est profunditas in superficie, ideo una superficies per essenciam habet per diversos aspectus concavitatem et convexitatem, 10 ut dictum est de linea.

Quarta pars capituli.

TERCIA species quantitatis continue debet annexi propter intelligenciam predictorum et propter completum intellectum quantitatis simul habendum. Facta enim est mencio 15 de triplici dimensione et quadruplici posicione, sed non est assignata alicui triplex dimensio nec eciam posicio secundum profundum. Et ideo ne suspendatur animus legentis, dicendum est quod corpus est quantitas continua permanens que trinam habet positionem. Nec debet addi, cuius 20 termini sunt superficies, quia solum corpus unde finitum est natum est habere superficies. Non diffinio quidem corpus per dimensionem quia Avicenna secundo *Methaphysice* hoc reprobat ; et licet sua sentencia sit nimis dura qua vult corpus unde corpus non habere dimensionum 25 distinctionem, quia in spera non sunt distincte sed possumus incipere ubicumque volumus et primo ponere dimensionem linee deinde alias, tamen quia calumpnia est de hoc, non oportet quod corpus diffiniatur per distinctionem dimensionum in actu, et loquar de quantitate sicut oportet suum 30 sermonem non solum intelligi de corpore (aliter corporea substantia) sed de quantitate. Sed racio quidem posicionis non habet hujusmodi calumpniam, et ideo volui corpus diffinire per posicionem. Corpus curvum est quod ubique in girum habet superficies inclinatas equaliter. Corpus 35 concavum est quod habet concavam superficiem interiorem, corpus convexum est quod habet exteriorem superficiem

convexam, corpus simul concavum et convexum est quod habet superficiem exteriorem convexam et interiorem | concavam. Non debui diffinire planum in corporibus, licet f. 79 a 1. aliquo sensu corpus possit dici planum, quia ante rationem 5 et modos anguli non potest cognosci corpus planum; habet enim angulum nec est vere unum quia plures habet superficies ex quibus non fit superficies vere una, ut inferius apparebit. Potui autem curvum describere ante planum in corporibus, quia in illis naturaliter primo est curvum, 10 quoniam primum corpus ut spera habet superficiem unam curvam, et convexam exterius et concavam interius. Unde aliter est in corporibus quam in lineis et superficiebus, quia rectum precedit curvum in lineis et planum precedit curvum in superficiebus, sed in corporibus est e converso. Quoniam 15 autem continuum est divisibile in infinitum hoc est in semper divisibilia, linea non componitur ex punctis sed ex lineis, nec superficies ex aliquibus indivisibilibus, nec corpus ex atomis que dicuntur corpora indivisibilia (aliter individua), nec est superficies ex lineis, nec corpus ex super- 20 ficiebus nec lineis. Sed linea omnis componitur ex lineis, et superficies ex superficiebus, et corpus ex corporibus.

Capitulum tertium de angulo et de figura et de divisione eorum (aliter ejus) grossa propter species quantitatis continue magis cognoscenda.

25 OPORTET igitur aliquid de angulis dici et de quibusdam aliis communibus circa figuras in communi propter ea que in sequentibus nominantur. Angulus igitur secundum Avicennam tertio *Methaphysice* est superficies vel corpus, nam quidam angulus est superficialis et hic est superficies, 30 quidam vero corporalis et hic est corpus. Angulus autem in communi est spacium contentum inter plures lineas in puncto aliquo concurrentes, quarum applicacio est indirecta. Angulus vero superficialis seu planus est spacium contentum inter duas lineas concurrentes in punctum unum 35 quarum applicacio in una superficie | est indirecta, quia f. 79 a 2. cum directe opponitur una linea alii non est angulus sed

tanquam linea. Angulus vero corporalis seu solidus est
 spaciū contentum ad minus inter tres lineas concurrentes
 in punctum unum, quarum applicatio non est directa nec
 in una superficie sed in corpore ut patet in corporibus
 angularibus. Quomodo autem diffiniatur angulus aliter 5
 patet ex xi^o Euclidis, nec oportet nunc aliam diffinicionem
 haberi. Et quoniam angulus superficialis est superficies
 quia habet longum et latum, licet non ex omni parte
 clausum, et angulus corporalis est corpus quia habet
 longum latum et profundum, ideo inpropre dicitur ab 10
 Euclide quod angulus est alterius contactus, nam hic con-
 tactus est indivisibilis secundum longum latum et profun-
 dum, eo quod sit in punto, et ideo diffinivi angulum per
 quantitatem spaciī divisibilis. Anaricus vero *super librum*
Elementorum Euclidis in commento disputat hanc que- 15
 stionem de angulo, scilicet an sit species quantitatis, et
 nichil solvit quod valeat, nec pertinet mathematico de hoc
 disputare sed ad metaphysicum, a quo mathematicus
 debet veritatem accipere cum exposicione simplici et fideli.
 Notificato angulo ut hic exigitur potest linea tortuosa 20
 dinosci. Nam ista habet angulum necessario, ut Aristotiles
 vult quinto *Methaphysice*, unde non est una vere sed com-
 posita ex duabus rectis, vel ex duabus curvis, vel ex curva
 et recta, sicut in geometricis evidentius exponetur. Figura
 vero dicitur que termino vel terminis clauditur undique, 25
 ut quantitas contenta infra tres vel quatuor lineas et
 deinceps; et secundum hoc angulus non est figura, licet
 sit superficies vel corpus, sed cum figura dicitur quamvis
 non undique claudatur, tunc angulus est figura. Angulus
 autem planus quidam est rectus et est ille qui ex casu 30
 linee recte super aliam nascens suo compari coequatur,
 et sic diffinitur, sive | linea perpendiculari cuius diffini-
 cione non indigemus adhuc, et melius est res per se diffinire
 quam duas diffiniciones adinvicem confundi, sicut accidit
 quando Euclides cum perpendiculari diffinit angulum 35
 rectum. Angulus planus aliquis est obliquus, et hujus
 aliquis est obtusus et iste est major recto, alius est acutus
 qui est minor recto. Figurarum vero superficialium que

undique clauduntur, quedam clauditur linea que omnino
 una est, ut circulus in cuius centro est punctus a quo omnes
 linee ducte ad circumferenciam sunt equales. Quedam
 vero duobus, ut semicirculus qui ex medietate circum-
 ferentie et linea ejus extremitatibus applicata transeunte
 per centrum que vocatur dyameter continetur, et porcio
 circuli major vel minor que ex parte circumferentie et linea
 ejus extremitatibus applicata, que vocatur corda, continetur.
 Continetur eciam aliqua superficies linea curva in cuius
 10 medio non contingit sumere punctum a quo omnes linee
 ducte ad lineam continentem sunt equales, et hec est quasi
 ovalis figure si in planicie reducatur. Que vero continetur
 tribus lineis vocatur triangulus, que vero quatuor quad-
 rangulus, que quidem quinque pentagonus, que vero sex
 15 exagonus, et sic ultra. Sed inter quadrangulum et quad-
 ratum est differencia, quia quadratum est equilaterum et
 equiangulum, et aliud est quod habet latera opposita equalia
 et omnes angulos rectos et vocatur tetragonus longus, vel
 altera parte longior. De aliis posterius dicetur. Cor-
 20 poralium vero figurarum quedam habet unam superficiem
 omnino ut spera. Et quedam habet unam quodammodo
 licet non simpliciter, ut corpus ovale et corpus lenticulare
 quod formatur ad modum lentis, quod est genus leguminis.
 Et quedam duas, ut porcio spere, et semispера, et piramis
 25 rotunda, cuius basis est circulus, a quo reliqua superficies
 rotunda consurgens uniformiter graciliatur in acutum.
 Quedam | ex tribus superficiebus, ut columna rotunda que f. 79 b 2.
 duas habet superficies circulares in suis extremitatibus inter
 quas corpus rotundum continetur. Quedam habet quatuor
 30 vel quinque vel quot volumus, ut in piramidi laterata et
 columnari, et multis de quibus non est mencio per singula
 disserendum. Hec ideo addidi propter evidenciam majorem
 specierum quantitatis continue prius positarum et ideo
 illarum descripcio pertinet ad communia mathematice sicut
 35 descripciones anguli et figure. Hos autem ideo dico ne
 quis redarguat tanquam essent in tractatu geometrie po-
 nenda, quia ad communia pertinent propter intelligenciam
 plenioram.

Capitulum quartum de loco et tempore.

NON solum autem oportet mathematicum dare diffiniciones quantitatis continue permanentis intrinsece sed extrinsece, cuiusmodi sunt locus et tempus. Hec enim sunt extra rem locatam et temporalem, et licet locus sit in locante sicut 5 accidens in subjecto suo, tamen comparatur ad rem extra; non enim naturaliter habet esse nisi per comparacionem ad aliquid extra substanciam locantis, et ideo dicitur quantitas extrinseca. Mathematicus igitur de hiiis habet diffinire, quoniam de hiiis multum tractat in Astrologia et Astronomia, 10 et oportet quod hic (aliter hec) cum aliis partibus quantitatis diffiniatur, quia nulla complete intelligitur nisi cuiuslibet ad aliam specifica differencia prebeat; et quia hec pars communis est ad ceteras mathematice partes, ideo sicut diffiniciones subjecti Geometrie et illius subjecti partes 15 principales debent premitti in prima parte communi toti mathematice, ut eciā Euclides fecit, similiter debent alie species quantitatis continue quas Astronomia considerat. Et hoc item ex alia causa manifestum est, quoniam non potest superficies cognosci nisi cognoscatur locus et e con- 20 trario, quoniam si superficies existimetur cognosci propter hoc quod est terminus corporis habens duas dimensiones vel posiciones sine profundo, dicet cavillator quod hoc non videtur verum, quoniam locus ponitur esse alia species quantitatis, et est terminus corporis habens duas posiciones 25 vel dimensiones tantum. Quapropter conjiceret temptator superficiem non esse hujusmodi ut diffinita est, cum alia species quantitatis participet illam diffinicionem. Necesse igitur est mathematicum diffinire locum cum superficie ut pateat in quo convenient et in quo differant, quatenus 30 possit stare sentencia firmate utroque.

Secunda pars hujus capituli quarti.

DICO ergo quod locus habet multa significata equivoce, et secundum suum esse potissimum, non enim nisi superficies omnino concava, continentis habens comparacionem 35 essentiale ad profundum corporis contenti, et eundem

²⁶ conjiceret] convinceret MS.

respectum immutabilem ad terminos mundi. Et secundum
 hoc, locus non est alia species quantitatis quam superficies,
 sed addit accidentia tria super superficiem, scilicet concavi-
 tatem, et comparacionem essentialem ad profundum con-
 tenti, et immutabilitatem respectus ad terminos mundi.
 Et sic partes mundi simplices, scilicet celi omnes preter
 ultimum, et quatuor elementa habent loca sua, quia super-
 ficies concava aque est locus terre naturalis et precipue in
 parte illa ubi se contingunt, superficies aeris est locus aque,
 et superficies ignis est locus aeris, et superficies celi lunaris
 est locus ignis, et sic ulterius de celo ad celum usque ad
 ultimum celum, cuius superficies concava continet celum
 immediatum, sed ejus superficies convexa non continetur
 ab aliquo, nec habet locum secundum hanc acceptacionem
 loci potissimum. Et licet maxime reperiatur locus sic in
 istis mundi partibus principalibus, tamen nichilominus in
 aliis rebus reperitur sed primo in illis. Preter vero con-
 cavitatem uniformem quam addit super superficiem | addit f. 80 a 2.
 comparacionem necessariam ad profundum corporis con-
 tenti quam non exigit superficies, quoniam si non esset
 illa profunditas nec esset locus nec locans. Oportet enim
 latera et partes loci distare per profundum corporis contenti,
 quamvis antiqui philosophi ante Aristotilem posuerunt
 dimensionem vacuam inter latera continentis, sed non est
 ita ut Naturalis Philosophia demonstrat. Nam si bene con-
 sideremus diameter corporis locati, facit distanciam inter
 latera loci, et ideo de se non habet profunditatem sed a
 corpore locato. Aut magis dicendum est quod respicit
 profundum corporis quod non facit superficies. Tercio
 vero oportet quod locus habeat eundem respectum ad
 partes mundi, quoniam dum res habet eundem respectum
 ad oriens et occidens septentrionem et meridiem, habet
 eundem locum ut turris vel domus vel aliquod tale fixum,
 sed quando mutat hunc respectum tunc movetur de loco
 ad locum, et habet alium et alium locum secundum quod
 est propinquius et remotius a terminis mundi quam prius
 fuit, et hoc primo modo unus locus est una superficies et
 plura loca plures superficies, et sic solummodo corpora

f. 80 b 1.

habentia convexam omnino superficiem habent locum, et si ultimum celum non habeat in ipso tamen est aptitudo corporis ad hoc ut circumscriberetur si esset aliquid circumdans ipsum. Aptitudo igitur in eo est ut haberet locum, licet nunquam reduceretur ad actum. Et hec 5 corpora sunt prima quorum quodlibet habet unam solam superficiem et non plures, et hujusmodi sunt omnino sperice figure et aliquo modo in ovali figura et lenticulari, licet non simpliciter. Aliter vero sumitur locus septem modis particularibus, quorum quilibet sumitur per defectum alicujus 10 vel plurium condicionum loci nunc descripti, qui non sunt presentis speculacionis sed naturalis philosophi et metaphysici et astronomi, propter quod supersedeo ad hanc horam. Quod autem ad Astronomiam pertinet inferius ostendetur. Octavus modus est hic proprius, et est quod 15 locus est spaciū superficiale vel corporale circa punctum unum, et sic non accipitur ut in prioribus modis quoniam in illis corpus solum habet locum primo et per se. Partes vero corporis et accidentia et termini corporis et anima in corpore habent locum per accidens, et ideo superficies que 20 est terminus corporis habet locum per accidens secundum dictos modos. Sed hic accipitur locus prout debetur superficie per se sicut corpori et prius superficie quam corpori secundum quod Aristotiles 3º *Celi et Mundi* et Averrois accipiunt locum repleri; ibi enim dicit Averrois quod 25 paucitas superficierum replentium locum sive sua loca est causa paucitatis corporum replentium sua loca. Et ideo primo debetur talis locus superficie et secundario corpori. Sic ergo locus est spaciū plenum superficiale vel corporale circa punctum unum. Et ideo locus hic est 30 superficies circa punctum unum ymaginata, vel corpus ita quod nec attendatur hic concavitas nec respectus ad continens (aliter contentum) nec respectus ad terminos mundi, sed solum spaciū superficiale vel corporale circa punctum unum. Et hoc spaciū superficiale comprehenditur in quatuor angulis rectis quia tot et non plures possunt esse circa punctum unum in superficie ex interseccione duarum linearum ad angulos rectos; ut patet

ad sensum, quoniam si una aliam intersecet ad angulos obliquos, illi obliqui valent quatuor rectos, et si tres vel quatuor vel quicumque (aliter quantumcumque) se intersecent in puncto uno superficie unius omnes illi anguli non occupant nisi spaciun quatuor angulorum rectorum, ut patet. Corporaliter vero circa punctum unum sunt octo anguli quorum quilibet ex tribus rectis consistit, ductis tribus lineis rectis ad angulos rectos intersecantibus se secundum longum latum | et profundum, ut patet ex- f. 80 b 2. perienti ad sensum. Quando igitur figure congregate circa punctum unum superficialiter vel corporaliter implent omnes alios (aliter illos) angulos, dicuntur locum replere, et hoc inferius patebit magis, quia in practica Geometrie determinabitur de replecione loci secundum hunc modum et de numero corporum et superficierum replentium sua loca.

Tertia pars.

TEMPUS est quantitas successiva continua habens dimensionem sine loco (aliter lato) et profundo; aliam solam habet dimensionem linearem, scilicet que deducitur secundum prius et posterius, scilicet secundum preteritum et futurum, secundum quod motus habet prius et posterius qui est subjectum temporis, et motus non habet dimensionem nisi linearem secundum lineam spacii. Tempus autem omne finitum est a parte ante quia pertransitum est. Instans 5 igitur est finis vel principium temporis et vocatur 'nunc', se habens ad tempus sicut punctus ad lineam finitam. A parte autem post potest tempus continuari in infinitum et potest eciam finiri. Tempus vero species non habet, sed partes integrales sibi invicem succedentes, et instans complerat partes temporis adinvicem et sic habet esse sufficiens rei successive et non possunt duo tempora esse simul set oportet quod sibi invicem succedant. Unde unum est tempus omnium motuum, scilicet tempus quod mensuratur revoluzione primi celi ab oriente in occidens in idem 5 punctum orientis. Et si hujusmodi motus cessaret et fieret aliis motus quicumque oporteret quod esset tempus ei respondens pro mensura, et ita tempus posset renovari

postquam omnino esset corruptum. Et hec omnia habent dubitaciones graves quas methaphysicus et naturalis habent diffinire. Quamvis autem magis appareat mensura que est tempus, necesse est aliquid dici de aliis mensuris durandi, videlicet de evo et de eternitate, ne mathematicus nimis 5 involvatur obscuritatibus. Et ideo sciendum quod evum est mensura cuiuslibet rei create et permanentis, sive quantum ad esse permanens | in creatura sicut tempus est mensura esse successivi in rebus creatis, et ideo evum habet privacionem successionis, nec habet partem post partem, 10 nec partes simul existentes—partes dico quantitativas—et est ad tempus sicut species ad corpus. Species evum non est divisibilis, ut linea, superficies, et corpus, nec propter hoc est indivisibilis ut punctus; similiter evum nec est instans nec tempus, sed aliquid nobilius quod maxime et 15 precipue mensurat esse spirituum, quod est sempiternum et interminabile a parte post non a parte ante, quia omnia creata incepert esse, sed multa sunt creata que erunt sine fine quoniam sunt incorruptibilia, sicut methaphysicus habet certificare; et hoc 'evum' in libro *de Causis* et alibi vocatur 20 eternitas. Sed intelligendum est quod hec eternitas est creata, et est idem quod perpetuitas vel sempiternitas, et est accidens esse permanenti in rebus, sicut eternitas vera est increata et non habet principium neque finem, de qua dicit Boetius quinto *de Consolacione* quod est 'intermina- 25 bilis vite possessio tota simul', et est divina essencia quia ei non accidit aliquid, sua enim essencia est sua mensura duracionis et sua duracio, quia quidquid est in deo est deus. Eternitas igitur increata, cum sit deus, non potest esse in predicamento quantitatis, set eternitas creata cum sit de 30 genere rerum creatarum est necessario in predicamento aliquo decem. Et quoniam est mensura durandi per oppositum contra tempus, oportet quod sit in predicamento eodem in quo est tempus, et sub eodem genere generalissimo, et quod sit species illius predicamenti sicut substancia 35 incorporea est in eodem predicamento cum corpore et sub eodem genere generalissimo. Sed quantitas ut ei ascribitur divisio et partes secundum quod communiter loquimur de

quantitate non potest predicari de evo. Secundum predicta accidit gravis dubitacio qualiter collocabitur evum in predicamento cum tempore | sub eodem genere generalis- f. 81 a 2.
 simo, sed tractatus methaphysicus expedit nos de hoc cum
 5 aliis ei propriis quoniam certificat omnia hujusmodi. Hec
 necessario existimavi debere hic dici propter intelligenciam
 temporis, licet mathematicus non procedat circa passiones
 aliarum mensurarum durandi, et ideo per viam narrationis
 processi in evo et eternitate, ut in universalis nunc tempus
 10 plenius agnoscatur.

Capitulum quintum primo describens numerum cum unitate, secundo speciem numero coequem.

POSTQUAM vero habitum est de speciebus quantitatis continue, nunc propter majorem intelligenciam predictorum, eo quod oppositorum prope positorum major est evidencia, et complementum tractandi de quantitatis speciebus accidit ex hoc, oportet annecti aliquid de quantitate discreta que est duplex, una permanens alia successiva. Permanens est numerus quem unitas naturaliter precedit, et unitas, ut dicit 20 Jordanus, est esse rei per se discretiva. Et alibi dicitur quod unitas est qua quelibet res est una, set secundum primam descripcionem non esset alia rerum descripcio quam unitas et unum. Et in secunda diffinitur unitas per seipsam, propter quod nec mathematico nec methaphysico placere 25 debent hujusmodi descripciones. Nec unitas bene diffinitur per numerum dicendo quod sit principium numeri, quia posset esse unitas et si non esset numerus set res, non posset esse sine sua diffinizione nec sine descripcione. Preterea numerus est omnino posterior et habet per uni- 30 tatem diffiniri, et Averrois vult super quartum et quintum (aliter undecimum) *Methaphysice* quod unitas sit essentia rei, et nichil addit super eam. Et multi traxerunt ex hoc errorem simpliciter consentientes Averroi. Alii duplē errorē distingue[n]tes unitatē in substancialē et acciden- 35 talē, cum solum sit unitas nature (aliter vere) in predica- mento quantitatis; sed hos errores singulos elimi[n]are est f. 81 b 1.

proprium Methaphysice. Propter quod dico quod unitas est accidens per quod, per se res quelibet habet esse in se indivisum ab alio quocumque dato discretum. Numeri vero diffinicio principalis non est per unitatem, quia non est unitas genus numeri nec diferencia nec subjectum, per 5 hec enim tria diffiniuntur accidencia diffinizione principali et completa. Et ideo omnes diffiniciones numeri date per unitatem habent aliquam calumpniam, cum unumquodque habeat diffiniri meliori modo quo potest, et si sint alii modi debent secundario assignari. Dico igitur quod numerus 10 est quantitas discreta permanens. Et tamen (aliter cum) diffinicio materialis seu ex partibus integralibus detur per unitates, sicut Aristotiles dicit quinto *Methaphysice* quod ‘senarius non est tria et tria sed semel quinque’, quamvis enim componatur numerus ex numeris sicut ex unitatibus, 15 tamen Avicenna tercio *Methaphysice* docet quod non attenditur essencialis et principalis composicio numeri nisi ex unitatibus, sicut Aristotiles docet. Species autem numeri patent, ut binarius, trinarius, et hujusmodi, et ideo de hiis non est amplius dicendum ad presens. 20

Secunda pars.

QUE vero sit natura quantitatis discrete non-permanentis, et quomodo vocetur, et que sint et vocentur ejus species, adhuc non est ab actoribus quos vidimus certificatum ut oportet. Multa enim latent circa hanc speciem quantitatis 25 quam Aristotiles potissimum dicit, et ejus expositores, scilicet Avicenna, Alpharabius, Themistius, Averrois, et Alexander, et alii Arabes, non dicunt quid dignum quod venerit ad manus Latinorum. Boetius eciam aliquid tangit in commento juxta literam Aristotilis quam transtulit, licet 30 non certificet nos in aliquo, et moderni nichil sciunt hic, sed ad omnem errant positionem quod methaphysicus habet edocere. Ponam quidem in *Methaphysicis* opiniones | principales de hac specie quantitatis, et ideo non oportet hic eas recitari quia false sunt, nec certificari potest veritas 35 hic, sed supponi ex *Methaphysicis* cuius (aliter quorum) est species predicamentorum sicut rerum omnium declarare.

Ramos eciam quos extraxi de radicibus antiquorum hic recitabo, donec in *tractatu Methaphysico* probavero quid tenendum. Dico igitur quod sonus non est in tercia specie qualitatis nec in (hujusmodi) et multis aliis assimilantur sensibus propriis propter raciones varias, sed est solum in predicamento quantitatis, et est species divisa contra numerum. Unde sonus est quantitas discreta non-permanens, et componitur ex divisibilibus et discretis que non copulantur ad communem terminum, sicut appareat in litteris tam consonantibus quam vocalibus, quia vocalis habet sonum penitus indivisibilem, et consonantis sonus, licet non possit absolvi, tamen unus est sonus cuiuslibet consonantis quem impossibile est dividi in sonos duos duarum litterarum. Similiter in cantu et in sonis instrumentorum musicalium inveniuntur indivisibilia proporcionalia vocibus litterarum, precipue cum soni generentur singuli ex singulis tremoribus discretis indivisis partibus aeris. Et non est sonus quantitas continua, licet tremor et motus rarefactionis et percussionis facientes sonum sint in tempore longo vel brevi, sed generatur sonus indivisibilis in instanti, et alias in alio, inter quos est tempus medium in quo manet esse soni ad horam brevissimam. Sed hec omnia, et majora hiis, habet certificare methaphysicus. Et tamen sciendum quod motus hujusmodi parvi in tercia specie qualitatis consistunt, ut dictum est in *Logicalibus* et probatum in *Methaphysicis* et per se mensurantur tempore longo vel brevi et non per accidens, sed sonus indivisibilis quantum ad ejus generationem non mensurantur tempore brevi vel | longo sed in instanti ; nec eciam est terminus motus primus f. 82

et principalis set accidentalis quia hujusmodi motus sunt locales, et ideo 'ubi' est eorum terminus per se et primo et locus secundario et erit sonus terminus eorum per accidens et non per se, quapropter 'ubi' et locus non sunt quantitates discrete sed sonus. Cetera que habent requiri circa hanc materiam expediet tractatus *Methaphysice* sicut sciencia domina ceterarum.

4 (hujusmodi)] blank in MS.

Distinccio tercia de divisione Mathematice, habens quinque capitula. Primum est de divisione Mathematice in partes novem, cum ordine earum.

HEC distinccio tercia continet divisionem totius Mathematice secundum sui subjecti divisionem prefatam : quedam 5 autem sunt communia omnibus partibus quantitatis, et quedam sunt propria cuilibet. Et Mathematica habet duas partes principales, quarum quedam est de communibus et alia de propriis, et hanc divisionem ponit Alpharabius in libro *de Scienciis*. Et hec pars Mathematice non debet 10 vocari Geometria nec Arismetica nec Astrologia nec Astronomia nec Musica, sed de elementis et de radicibus totius Mathematice que debent premitti ante partes speciales. Que in nomine convenit cum libro Euclidis qui vocatur *Liber Elementorum et Radicum*, quem dividit in libro de 15 *Scienciis* Alpharabius contra ea que sequuntur hunc librum Euclidis. Et non solum in nomine cum libro Euclidis hoc primum convenit, sed in re aliquantulum et substancia, quamvis eciam partim in modo partim in substancia differe realiter cognoscatur. Nam Euclides succincte procedit, 20 non omnia determinans que necessaria sunt huic parti Mathematice, sed secundum quod ei tunc temporis videbatur. Multa enim addita sunt ab aliis ad dicta Euclidis, ut totus xiiij^{us} liber et plura alia, et liber *de Speris* et ceteri tractatus Geometrie et Arismetice certiores. Et sic 25 est de Communibus Mathematice quod, scilicet ad dicta ejus, sunt multa addita et adhuc alia | necessaria addi debent. Differt autem tractatus hic de *Communibus* a libro Euclidis, quia hic non ponuntur nisi communia tantum, ipse vero miscuit cum propriis communia, ut prius 30 dictum est et infra plenius apparebit. Sed pars secunda habet duas partes magnas, scilicet speculativam et practicam, et speculativa habet quatuor partes magnas, scilicet Geometriam speculativam, Arismetica speculativam, Astrologiam speculativam, et Musicam speculativam. Si- 35 militer practica habet quatuor magnas partes, ut Geometriam practicam, et ceteras. Et universaliter differt

speculativa a practica, quia practica descendit ad opera
 utilia in hoc mundo et instrumenta sapiencie, set speculativa
 non ymmo considerat quantitatem absolutam ab omnibus
 operibus et specialibus instrumentis. Quoniam vero specu-
 lativa completur per suam practicam, et evidentius per eam
 apparet, et e converso, ideo conjungam quamlibet practicam
 cum sua speculativa correspondente. Si igitur sit sciencia
 de quantitate continua intrinseca, scilicet linea superficie et
 corpore absolute considerando, sive in corporibus operum
 et instrumentorum scienciarum et civilium negociorum, sic
 est Geometria cum sua practica. Et dicitur hoc nomen
 Geometria a 'ge' quod est 'terra' et 'metron' quod est
 'mensura', quia mensuraciones terrarum fiunt per eam;
 non tamen hee sole mensuraciones fiunt per illam, sed ideo
 dicebatur sic, quia magis est nota illa mensuracio et magis
 in usu vulgi quam aliarum rerum et primo facta est, et
 ideo hoc nomen dictum est a notiori et priori, et est nomen
 Grecum transformatum ad declinacionem Latinam. Si vero
 sit de quantitate discreta et permanente que est numerus,
 sic est Arismetica cum sua practica; et est Grecum voca-
 bulum derivatum ab hoc nomine 'arithmos' quod est
 numerus. Si vero sit de quantitate extrinseca cujusmodi
 sunt locus et tempus ut in celestibus, et elementis ut sunt
 partes mundi, et simul | cum hiis de quantitate continua f. 82 b 1.
 intrinseca et discreta que est numerus in eisdem corpori-
 bus, sic est Astrologia cum sua practica que Astronomia
 vocatur; licet Papias et alii pluries velint e converso,
 non instructi in hiis scienciis, et eciam auctores aliqui
 confundunt hec nomina, et unum pro alio multociens
 accipiunt. Sed Astrologia componitur ex hoc nomine
 'astrum' quod est 'stella' et hoc nomine 'logos' quod
 est 'verbum' vel 'racio' vel 'sermo' quia est sermo de
 stellis; Astronomia vero dicitur lex stellarum et 'nomos'
 est 'lex', unde quia lex universaliter sonat in practicam,
 ut in Morali Philosophia lex est ipsa practica, ita similiter
 Astronomia est practica Astrologie. Si vero sit de quanti-
 tate discreta non-permanente cujusmodi est sonus, ut postea

33 'nomos'] monos MS.

dicitur (aliter tangetur), sic est Musica speculativa cum sua practica.

(Secunda pars hujus capituli primi.)

ORDO autem earum adinvicem sic consideratur. Omnia que considerantur in Astrologia et Astronomia certificantur per vias geometricas et arismeticas, ut vult Ptholomeus in principio *Almagesti*, et per omnia que sunt in musicalibus manifestantur per vias numerorum et figurarum, ut planum est expertis Musice; et ideo Geometria et Arismetica precedunt alias, sed prior est Astrologia cum sua practica quam sit Musica, quoniam geometricalia et arismeticalia magis se habent ad Astrologiam et Astronomiam quam ad musicalia. Ea enim que sunt Geometrie speculative et Arismetice speculative longe plus operantur in astrologicis et astronomicis quam in Musica, et ea que sunt de practicis Geometrie et Arismetice, si multum valeant ad musicalia, tamen magis ad astrologica et astronomica. Et iterum faciliora longe sunt ipsa astrologica et astronomica quam musicalia, quoniam ita habundanter et evidenter geometricalia et arimetricalia descendunt in astrologica et astronomica, quod longe magis | 20 f. 82 b 2. convenit dari causas in eis quam in musicalibus, et longe plus possunt scire in illis quam in Musica, et pauciores sunt dubitaciones et errores, cuius signum est quod parum de potestate Musice apud Latinos notum est causaliter, et propter quid, licet quicquid est . . . magis quam philosophice 25 multis sunt de musicalibus nota, et ideo parum est apud Latinos de potestate Musice cum tamen multum sit de aliis partibus Mathematice. Et omnes tractantes mathematicalia posuerunt musicalia ceteris difficiliora, et velut terminum totius Mathematice, propter quod Avicenna finem componit 30 Mathematice per scienciam Musice quam ultimo pertractavit. Sed certum est quod Geometria precedit Arismetica in ordine doctrine, ut rationibus methaphysicis et naturalibus est ostensum in scienciis superioribus, quod nunc mathematice leviter manifesto. Nam prius tractat Euclides de quantitate 35 continua quam discreta, et prima demonstracio de continua

est ostensiva, prima vero de discreta est ad impossibile. Sed ostensivum argumentum prius est argumento ad impossibile; et numeri lineares superficiales et corporales omnes nominantur a quantitate continua, non sic omnes quantitates
 5 continue a discreta, quamvis in aliquibus accidat hoc. Nec possunt ea que volumus manifestari in numeris nisi per figuraciones et lineaciones, ut patet in Arismetica; et sensibilior est figuracio quam numeracio et magis demonstrabilis ad sensum, quia corpora exhibentur sensui in figuracionibus,
 10 non sic in numeracionibus; et videmus multos homines bene figurare qui rudes sunt in numeracione, sed non e contrario nisi rarissime, quando aliquis est natus ad discretionem numerandi. Et videmus multos occupari in geometricis et longe pauciores in arismeticalibus, et longe plura opera
 15 humana fiunt per figuraciones quam per numeraciones, nam figura debita requiritur in omni | operacione et quantum f. 83 a 1.
 ad instrumenta operandi in omni arte, et quantum ad ipsa opera effectus, et addiscentes Mathematicam longe citius et facilius comprehendunt ea que pertinent ad figuraciones
 20 quam ad numeros; quapropter tenendum est quod in ordine discipline Geometria est prior. Quod igitur in libro *Predicamentorum et Methaphysica* Aristotiles vult Arismetica esse priorem Geometria, hoc est intelligendum quantum ad ordinem nature non in ordine discipline, et sic
 25 auctoritas Boetij in qua primum ponit Arismetica quam Geometriam intelligenda est in ordine nature non doctrine.

Capitulum secundum de divisione Geometrie speculativa et practice quantum ad primam ejus partem principalem que multas habet partes.

30 GEOMETRIA vero speculativa est prior quam sua practica, quia operacio addit supra nudam speculationem, et universaliter finis speculative est practica, et difficilior et nobilior et longe utilior, sicut finis se habet ad ea que sunt ad finem. Geometria igitur speculativa docet omnes partes quantitatis
 35 continue intrinsece, et omnes partes et omnes passiones propria earum et omnes causas absque eo quod descendat

f. 83 a 2.

ad instrumenta et operaciones et cetera opera utilia in hoc mundo. Et apud Latinos non est tradita speculativa ab uno auctore nec in uno volumine sed partim in libro *Elementorum* Euclidis vulgato, et in libro ejus *de Quantitatibus Datis*, et in libris eciam Theodosij *de Speris*, et in libro 5 Jordani *de Triangulis*, et hoc per causam et propter quid, sed apud Censorinum et Marcianum et alios traditur per viam narrationis et quia est, simpliciter sine causa. Et hoc non potest habere nisi tres partes principales adinvicem naturaliter distinctas. Prima est de lineis, secunda de superficiebus, tercia de corporibus; set anteriores | omnes et doctores sequaces miscuerunt has tres partes adinvicem, nunc proponentes de lineis aliqua, nunc de superficiebus, nunc de corporibus, et ita conclusiones de singulis inferentes, quos adhuc imitor in hac parte ne nimia novitate videar 15 destruere sapienciam antiquorum, cum tamen non dubitem quin sicut linea est ante superficiem naturaliter, et hec ante corpus, sic passiones considerande in lineis priores sunt passionibus superficierum, et ille que superficiebus conveniunt precedunt corporum passiones. Sed quia in aliis 20 multis immuto processus antiquorum, et satis notor per hoc in hac parte, nunc supersedeo super hac maxima immutacione donec sciencie studiosi deduxerint in familiaritatem immutaciones quas feci, et interim hanc immutacionem grandem conabor demonstracionibus innovare. Specialiter 25 quidam insistam divisioni practicarum non solum Geometrie sed aliarum, quia ex hiis magis quam ex speculativis laus et utilitas Mathematice oriuntur.

Secunda pars hujus capituli secundi.

PRACTICA vero Geometrie descendit ad instrumenta 30 scienciarum et mensuraciones et cetera opera utilia in rebus utilibus (aliter civilibus) et habet octo partes magnas. Et quoniam nata est nobis via a facilioribus et communioribus, 35 ideo dico quod Geometrie practice pars prima quoad usum hominum pertinet ad scienciam regendi familias et civitates que vocatur Agricultura, que omne genus agri considerat, scilicet sacionarium, pascuum arboribus tam silvestricis

quam domesticis consitum, et ortum, in quo nascuntur
 omnia communia specierum et radicum et herbarum et
 olerum et omnium que in usu humani corporis, tam pro
 victu quam pro medicina, considerantur. Quoniam vero
 5 hec Agricultura habet dispositionem de operibus et utili-
 tatis familiarum et civitatum et hec habet ordinare de
 edificiis et omnibus | que sunt eis annexa sicut patet in libris f. 83 b 1.
 hujus artis, licet denominetur ab una partiali occupacione
 que est cultus agrorum, propter hoc extendit se ad ordi-
 10 nandum ea que pertinent ad regimen domuum et civitatum,
 et in hiis multa de practicis Geometrie requiruntur. Unde
 practica que deseruit isti sciencie habet sex partes, inter
 quas primo occurrit scire que figure Geometrie plus capiant
 et que replent locum quem capiunt, nam hee sunt radices
 15 omnium ; propter quod prima pars Geometrie practice est
 de figuris ysoperimetricis et replentibus locum. Ysoperi-
 metra dicuntur que adinvicem commensurantur, ut patebit
 inferius, et quid sit replere locum est superius annotatum.
 Secunda pars hujus Geometrie practice est mensuras docere
 20 quomodo, scilicet alta et lata et profunda, hoc est, quomodo
 linee superficies et corpora mensurentur. Hec autem men-
 sura est necessaria domibus et civitatibus constituendis, et
 agris distinguendis, et aliis rebus civilibus mensurandis,
 propter quod Agricultura requirit unam partem Geometrie
 25 practice, que extendat se ad hujusmodi et sciat componere
 instrumenta ad hoc et sciat eis uti, ut hujusmodi mensura-
 ciones in rebus civilibus habeantur. Et habet tres partes
 famosas, scilicet Altimetria, Planimetria, et Superio-
 metria. Altimetria docet altitudines et longitudines
 30 mensurare, Planimetria docet latitudines et superficies,
 Superimetria profunditates et corpora. Et hec est pars
 secunda Geometrie practice prout ad hanc scienciam
 ordinatur, et pars ista est in figuracione civitatum, castro-
 rum, domorum, turrium, et hujusmodi. Et pars quarta est
 35 in fabricacione canalium et conductuum aquarum, et pontium
 ingeniosorum, et navium, et instrumentorum natandi, et
 permanendi sub aquis. Et quinta est de fabricacione instru-
 mentorum utilitatis mirabiliter excellentis, ut instrumenta |

f. 83 b 2.

volandi et deferendi in curribus sive in animalibus in incomparabili velocitate et navigandi sine remigatoribus velocius quam estimari possit per manus hominum fieri: hec enim facta sunt diebus nostris ne aliquis subrideat vel stupescat. Et hec pars docet formare instrumenta per que possunt incredibilia pondera elevari et deprimi sine difficultate et labore, ut homo per se possit seipsum et quicquid vellet elevare et deprimere, et de carcere se erigere in sublime, et erectum ab alto deprimere sicut vellet. Ceterum docet artem trahendi omne resistens ad quemcumque locum volumus in plano, ita quod unus homo trahet mille contra sensum eorum et voluntatem, et consimilia que eciam nostris temporibus sunt peracta. Sexta consistit in fabricacione machinarum ad tuendum ab inimicis domos et civitates et ad eos expugnandum cum fuerit oportunum. Et horum omnium raciones et causas habet geometri practicus assignare, et mechanici est solum dare, cuius est operari manualiter sine cognitione causarum omnium sicut bruta et inanimata, ut vult Aristotiles primo *Methaphysice*. Et hee practice omnes traduntur in libris propriis secundum numerum earum, et notum est illis qui eas sciunt, quorum nomina sunt imposita secundum proprietatem earum, ut liber *de Ysoperimetris* et *de Replentibus Locum*, et *de Curvis Superficiebus* Archimenidis, et liber *Trium Fratrum* et ceteri de Altimetria, Planimetria, et Superometria, et liber Vitruvii et aliorum *de Architectura*, et liber *de Conductibus Aquarum*, et ceteri secundum practicarum exigenciam singularum, quorum omnium utilitates intendo sub compendio dare et certius tradere, quia multa superflua in libris hujusmodi inveniuntur et multa necessaria desunt, ideo non sufficient illi libri ad plenam utilitatem obtainendam.

Capitulum tertium de secunda parte principali Geometrie practice et de aliis usque ad octavam. |

. 84 a 1.

SECUNDA pars principalis Geometrie practice est de compositione instrumentorum omnium scienciarum, et hec habet septem partes principales secundum numerum septem scienciarum particularium practicarum et operativarum in

corporibus. Prima docet componere omnia instrumenta Astrologie et Astronomie, ut sperarum, conium, cilindrorum, quadrantum, astrolabiorum planorum et sphericorum, armilarum, torquetorum, et instrumentorum in quibus motus stellarum sunt equati et certificati ita quod non oporteat plus laborare nec continue investigare motus per labores perpetuos, sicut modo faciunt astrologi. Et hoc instrumentum includit omnia alia predicta et valeret plus quam de facili possemus explicare, et hoc posset fieri planum vel sphericum sicut astralabium inter que esset magna differencia bonitatis. Et ad hec omnia potest addi unum instrumentum quod hec omnia longe excederet, quod motu naturali movetur sicut celum, sed in hoc instrumentum geometricus per suam industriam non veniret. Item docet compositionem multorum aliorum instrumentorum per que certificantur loca celorum et stellarum et eorum que generantur in aere, cujusmodi sunt yrides, comete, et cetera impressiones inflammatae et hujusmodi, et nubes et hujusmodi, que in aere renovantur. Alia pars est que docet *(per)* demonstracionem et narrationem compositionem omnium instrumentorum Musice, que non solum docet instrumentorum communium fabricacionem ut sunt cithare, vielle, psalteria, et hujusmodi, sed docet componere instrumenta specialia in quibus soni et armonie resonent ad excitandum affectum hominum et brutorum quounque modo voluerimus, in quibus mirabilia contingunt ut inferius exponetur. Et tercia pars docet compositionem omnium instrumentorum Perspective que est de visu, ad cuius utilitatem hec pars Geometrie practice docet compone*n*ere septem genera speculorum: planum, f. 84 a 2. sphericum, piramidale, columpnare, intra et extra polita, in quibus appareant reflexionum dimensiones, et insuper docet instrumenta componere in quibus appareat ad sensum quomodo anguli incidencie et reflexionis sunt eae, ceterum quomodo fracciones mirabiles radiorum appareant in instrumentis. Quarta pars docet formare omnia instrumenta sciencie ponderum, in quibus est magna utilitas et multis modis. Quinta docet facere omnia instrumenta sciencie experimentalis, que sciencia docet experiri omnia secreta

nature et artis ad que alie sciencie non possunt attingere,
 et hec sic docet figurare specula et perspicua, ut mirabilia
 operum nature appareant et varie multiplicaciones et pro-
 jecciones radiorum et ceterarum virtutum agentium natura-
 lium, ita ut maxima appareant minima et e contrario, et 5
 cum voluerimus, et longe posita videantur propinqua, et e
 contrario, ita ut in incredibili distancia videremus arenas et
 litteras minimas minutias, et ut altissima videantur infima
 et e contrario, et occulta viderentur in aperto et aperta
 occultarentur, et quod unum videretur innumerabilia et e 10
 contrario, ita ut plures soles et plures lune viderentur per
 artificium hujusmodi Geometrie. Contingeret eciam sic
 formare corpora ut videremus res veraciter, et euntes ad
 loca visionis nichil videremus nec inveniremus. Quamvis
 autem hec quodammodo pertineant ad visum et scienciam de 15
 visu, tamen usus istorum principaliter pertinet ad scienciam
 experimentalem que docet uti hiis propter commoda rei-
 publice et regimen regionum. Perspectivus enim accipit
 hec ad delectacionem, set sciencia Experimentalis ad utili-
 tates personarum et multitudinis procurandas, et ideo prin- 20
 cipaliter pertinent hec ad sciencias que experimentales
 anthonomastice nominantur. Et hujus quinte partis pars
 principalis est que | docet per demonstracionem et narra-
 cionem sic figurare corpora ut comburant omnia, non solum
 per specula concava que ad solem posita accendent ignem, 25
 ut probatur in libro *de Speculis vulgatis*, sicut patet per
 experientiam, sed per ovalia et anularia et alterius figure,
 a quorum superficiebus omnes radii cadentes reflectuntur
 ad unum punctum, et in omni distancia quam volumus,
 sicut demonstratur in libro *de Speculis Comburentibus*. 30
 Et hujus est ordinare de astralabio sperico quod moveatur
 motu celi naturaliter, inveniendo viam ydoneam quam geo-
 meter habet figurare subtiliter. Et sexta pars Geometrie
 practice dicitur que docet figurare instrumenta medicine
 et cyrurgie. Et septima que docet figurare instrumenta 35
 Alkimie, in quibus est grandis subtilitas, ut Avicenna docet
 sexto libro, introducens quadraturam circuli, quatenus ad
 similitudinem circuli et quadrati proporcionalis circulo in

figuracione vasorum illius sciencie excitet geometram. Et 5 ideo si volumus proprie loqui de sciencia cujus est formare instrumenta aliarum, dicemus quod Geometria practica est hujusmodi que sola habet dare omnia instrumenta scien- ciarum que per figuraciones debitas habent fieri. Ad hanc enim solam pertinet figuracio, quamvis alie sciencie que utuntur instrumentis precipiant ea fieri, et innuant quomodo habent fieri, sed que exequetur artem faciendi illa est Geometria practica. Et 10 ideo si astronomus vel alias ordinet et jubeat fieri sua instrumenta, non potest ipsem facere in quantum talis est, sed si vult se extendere ad hoc usurpabit officium Geometrie practice.

Capitulum quartum de divisione Arismetice speculative et practice.

15 DEINDE sequitur Arismetica cujus speculativa docet species numerorum et passiones eorum et causas absque eo quod descendat ad opera utilia in scienciis et rebus, et hec traditur apud Euclidem | et Boetium per viam cause et f. 84 b 2. propter quod, et apud Marcianum et multos per modum 20 narrationis et quia est. Boetius autem, licet secundum modum procedendi non videatur sic demonstracionibus ut sicut Jordanus, tamen virtus et sciencia demonstracionum Jordani ex fontibus Boetii oriuntur. Unde optimus liber est *Arismetica* Boetii et utilior quam liber Jordani, quia 25 pauca de numeris demonstranda sunt sub modo demonstrandi quo utitur Jordanus, ut inferius manifestabitur evidenter, et ideo in isto libro magna superfluitas et curiositas continetur. Et habet speculativa tres partes principales secundum triplicem numerorum distinctionem, sed quoniam 30 hec distinctione non potest adhuc sciri, ideo nec divisio partium hujus speculative presentibus elucescat. Nec oportet, quia non ponuntur hic partes Mathematice principaliter nisi ut ejus utilitas et laus manifestentur, que precipue in partibus reperitur practicis; et ideo istarum practicarum divisio 35 debet evidencius assignari. Practica vero Arismetice primo descendit ad rationem numerorum secundum viam abaci,

36 abaci] abbati *hic et ubique MS.*

f. 85 a 1.

id est, mense Pictagorice, in qua numeri considerantur secundum partes xij, in quas res omnis integra dividitur, in quo stetit computacio antiquorum. Pars secunda docet vias algorismi, scilicet quomodo conjungantur numeri et dividantur secundum omnem speciem algorismi, tam in particularibus fractionibus quam in integris. Tercia pars est que per hanc secundam partem docet omnes tabulas Astrologie et Astronomie componi, non solum vulgatas sed que 'almanac' vocantur in quibus scilicet sunt motus planetarum omnino equati, ut motus Solis ad quatuor annos 10 et Saturni ad lix, et sic de aliis ut fiant de singulis tabule speciales que sunt infinite utilitatis. Nam sicut in calendario nos vidimus festa annuatim, sic in hiis tabulis que 'almanac' vocantur videmus loca stellarum a principio mundi usque in finem. Et istud eciam excederet instrumentum equatum 15 de quo superius dictum est preter ultimum in quod solus geometri non poterit devenire. Quarta pars ejus est que docet pondera et mixtiones. Quinta pars docet ordinare omnes species negociacionum in emendo, vendendo, locando, conducendo, mutuando, accomodando, expendendo, conser- 20 vando, et explicat subtilitatem computacionum occultarum in eis. Sexta docet artem mensurandi altitudines, longitudes, latitudes, et profunditates penes numeros, sicut Geometria practica penes figuram et lineas. Septima docet propter tedium amovendum et in solacium hominum ludos 25 Pharaonicos constituere, cujusmodi sunt ludi Rithmimachie. Hec enim pars constituit duos reges in numeris et duas numerorum acies ingerens tabellis (aliter caballis) et con- 30 gredientes ad invicem ad modum scacorum ludi, in quibus numerorum pugna mirabili subtilitate et jocunditate conseritur numerus uterque acierum hinc inde se aggredientium ad similitudinem militum in exercitibus et bellis, et ideo hic ludus sapiencie vocatur Rithmimachia, id est, numerorum pugna, nam ad 'rithmo' Grece 'numerus' est Latine, et 'machia', media producta, 'pugna' dicitur in Latino, et hec 35 traduntur in libris propriis per singulas practicas nominatis,

³¹ acierum] al. aciebus MS. marg.

aggredientium] aggredientibus

MS. marg.

ut in libro *Rithmimachie* et in *Algorismo* completo in integris et fraccionibus, et in *Algebra* que est ‘negociacio’, et in *Almagabale* que est ‘census’, et in libro *Abbaci*, et in aliis practicis Arismetice, licet non isto ordine quem 5 inter partes has nunc michi placuit observare.

Capitulum quintum de divisione sciencie celestis que in Astrologiam et Astronomiam dividitur.

DEINDE sequitur Astrologia speculativa et ejus practica que dicitur | Astronomia. Speculativa principaliter duo f. 85 a 2.
 10 docet: unum est de certificacione quantitatis terre et figure ejus et partium habitabilium et non-habitabilium propter aquam; et aliud de certificacione eorum que sunt in celo ut de locis et temporibus et motibus et magnitudine et figura et numero et altitudine et spissitudine et hujusmodi.
 15 Et hoc traditur a Ptholomeo in libro *Almagesti* per causas cum adjutorio Geber et Thebith et ceterorum magistrorum probacionis qui fuerant post Ptholomeum, et traditur in libris Alfragani et Marciani et aliorum per viam narrationis. Et hec sciencia Astrologie, que speculativa est, rectificat
 20 per viam speculacionis ea que dicta sunt in celestibus, et dat causas omnium, et non extendit se ad ea que apparent in aere, cujusmodi sunt impressiones dicte ut comate et hujusmodi, quia ejus consideracioni nullatenus sunt subjecta. Sed ejus practica que vocatur proprie Astronomia supponit omnia
 25 que ab astrologo decursa sunt, et vult ab omni homine . . . habere certitudinem de locis planetarum et stellarum fixarum, ita ut totum sit ei per equaciones certificatum, et ordinat se tabulis specialibus et instrumentis ad has, et jubet geometre et arismetico pratico quod ei faciat tabulas
 30 necessarias et propria instrumenta. Et cum sint tabule et instrumenta quibus cotidianus labor equandi excercetur et sapientibus occupatis circa majora consistat labor et tedium circa talia, ordinat astronomus perfectus de tabulis et instrumentis in quibus sint semel loca planetarum equata,
 35 et considerat circulum cuiuslibet planete, quo perfecto omnes varietates motuum cuiuslibet planete reducuntur ad

21 omni MS.

26 blank in MS. Innūtū aliter in marg.

idem tempus primum, et jubet arismetico ut sibi componat tabulas secundum hos circulos, et similiter geometre ut componat instrumenta in quibus omnia loca sint equata, |
 f. 85 b 1. ut sic sine difficultate et labore possit libere certificari de locis stellarum. Et non solum intendit certificari de celesti- 5
 bus, sed de omnibus que oriuntur supra orizonta, cujusmodi sunt impressiones pretacte. Astronomo enim mathematico incumbit talia certificare quatenus tandem deveniat ad usum et experienciam cognoscendi futura presencia et preterita, ut mala cognita impedia(n)tur et bona promoveantur, tam 10
 reipublice quam persone. Judicare quidem de rebus naturalibus et operari circa illas procul dubio pertinet ad naturalem philosophum et non mathematicum, et ideo est quedam Astronomia naturalis, cui tamen omnino necessaria est Astronomia que inter partes Mathematice computatur; 15
 nisi enim illa inveniret tabulas et instrumenta et certificaret loca et alias condiciones stellarum et impressionum, Astronomia naturalis non procederet ad effectum, nec posset fieri judicium de rebus hujus mundi nec opera Astronomie magna et mirifica procurari. Hoc ideo dixi propter errorem 20
 vulgi quia mathematici credunt quod Astronomia judiciaria et operativa sit de partibus Mathematice, et naturales hoc idem credunt, sed non est hoc verum sicut in *Methaphysicis* demonstravi. Et ex hiis patet quod speculativa hujus sciencie debet nominari Astrologia, et ejus practica Astro- 25
 nomia, nam ‘nomos’ Grece est ‘lex’ Latine, et ideo Astronomia est sciencia de legibus astrorum; et ‘logos’ Grece est ‘sermo’, propter quod Astrologia est sermo de astris. Lex autem habundat super sermonem, quia lex infra sermonem includitur, non enim tractatur nisi per ser- 30
 monem, et lex moralis est de practica parte civilis sciencie, ut patet ex libro *Ethicorum* Aristotilis in fine, similiterque lex astrorum in practicam resonabit. Unde ad particularia magis descendit quam sermo universalis de astris et ideo Astronomia magis quam Astrologia naturam practice sortie- 35
 tur. Ceterum auctores Mathematice distinguunt inter has, sicut et Ysidorus in libro *Ethimologiarum* dicit quod ‘Astro-

f. 85 b 2.

nomia partim est naturalis partim supersticosa', exponens eam que ad judicia se inclinat, et ideo alii minus sentientes proprietatum istarum scienciarum deviant in hac parte, sed de hoc in tractando has sciencias certius exponetur.

*5 Distinccio quarta de divisione Musice penes sui subjecti et effectuum divisionem, et habet quatuor capitula
Primum est de subjecto ejus declarando.*

SCIENCIA vero de quantitate discreta non-permanente est Musica, et hec communiter sumpta ad speculativam et practicam habet considerare quantitatis discrete non-permanentis partes et passiones et causas et opera et instrumenta et omnia que circa hanc habent terminari. Sed quoniam error accidit circa partes Musice tam speculative quam practice qui non accidit in partibus Arismetice, 5 Astrologie, Astronomie, et Geometrie, ideo oportet eum evacuare. Et hic error accidit propter errorem qui est circa partes subjecti Musice, et error circa partes subjecti nascitur ex ignorancia specierum quantitatis discrete non-permanentis. Et si methaphysici est hoc investigare profundius, tamen propter superfluitatem erroris in divisione partium Mathematice apud vulgum non potest dissimulari quin aliqua de subjecto Musice exponantur. Sicut igitur in divisione partium quantitatis dictum est et expositum sonus, ut vox et alii soni sunt quantitates discrete non-permanentes, sed Musica est de hujusmodi speciebus principalius et secundario de quibusdam aliis que sono possunt conformari motibus consimilibus et figuracionibus competentibus ut omnia vadant simul in unam declaracionem completam sicut in unum finem cuiusmodi sunt non omnes motus sed quidam determinati, ut gestus et exultacio et omnes | flexus corporum et partium ejus. Et hoc determinatur in libro *de Ortu Scienciarum* in quo dicitur quod gestus est una radix Musice, quoniam potest conformari sono motibus consimilibus et configuracionibus competentibus; hujusmodi enim motus vadunt in unum finem cum sono, scilicet in delectacionem completam, et habent easdem

^{f. 86 a 1.} 36 delectacionem] delcantionem *MS. hic et ubique.*

proporciones, et configurantur et conformantur ei, quod patet per experientiam, quoniam tunc sonus vocis humanae vel cithare vel alterius instrumenti quantum decet delectat quando gestus et exultaciones et flexus corporum proporcionales simul perficiuntur. Propter quod dicit Aristotiles ⁵ septimo *Methaphysice* quod ars saltandi non vadit in finem unum sine alia arte, nec alia ars sine illa, quoniam ars sonandi in debitibus armoniis cantus et consonanciarum et in instrumentis, et ars saltandi, id est, faciendi gestus et exultaciones et omnes flexus corporum quando conjunguntur ¹⁰ simul tunc vadunt in finem unum qui est completa delectatio duorum sensuum, scilicet visus et auditus, et quando separantur tunc est delectacio incompleta et neuter vadit in suum finem ut oportet; propter quod subjectum Musice non est solum sonus, licet sit principale subjectum, ymmo ¹⁵ Musica considerabit omnia illa que possunt similibus proporcionibus conformari sono et vadunt in finem unum completum, et non versatur circa alia visibilia nec tangibilia nec quecumque alia. Unde motus pulsus qui obiciuntur tactui, licet habeant discretionem quandam ut motus gestus ²⁰ et easdem proporciones que sunt in sono et gestibus ut medici determinant, tamen quia non possunt sono et gestui conformari ut faciant delectacionem unam completam non cadunt sub consideracione Musice, et similiter multi motus visibles alii a gestibus faciunt secundum proporciones quas ²⁵ habent gestus et soni, sed non proporcionantur eis in unum finem, et ideo de eis musicus non curat.

Capitulum secundum in quo probatur quod nulla est Musica mundana nec humana, ut est in usu communi. |

f. 86 a 2.

EX quibus patet quod nulla debet dici Musica mundana, ³⁰ quoniam si esset sonus ex collisione corporum celestium et sperarum mundi, tamen non esset nostris auribus discernendus, et ideo nobis incognitus, quoniam deficiente sensu deficit sciencia secundum illum, et iterum esset nobis inutilis omnino nec cederet in delectacionem nostram sicut ³⁵ soni mutabiles; quapropter non posset ille sonus esse de

consideracione Musice, et ideo nulla sciencia hominis posset dici nec constitui de tali sono si esset. Preterea sonus ibi generari non potest ex collisione corporum celestium, sicut Aristotiles probat in *Celo et Mundo*, et sic nulla musica potest dici de celesti sono quoniam nullus est. Item, non convenit fingere sicut aliqui magi finxerunt quod sonus generatur non ex collisione corporum mundanorum, propter hoc quod Aristotiles hoc improbat, sed casu radiorum celestium quos posuerunt posse rarefacere aerem et sonum generare posse, vel sonum constituere; sed si hic esset sonus adhuc esset inproprius auribus nostris, et hoc ipsi dicunt, et nullo modo audibilis et ideo omnino incognitus a nobis, et nec faceret delectacionem cum sonis musicalibus, et ideo non esset de consideracione Musice, sicut nec sonus si fieret ex collisione corporum celestium. Preterea non est possibile ut generetur sonus nisi ex concursu percutientis cum percusso, ut Aristotiles determinat, in quibus tremor partium nascitur per egressum earum a suo situ, ut patet ex generacione soni; sed radius non est in ratione percutientis nec percussi, cum non sit divisus ab aere sed sit forma aeris, ut ex perspectivis rationibus manifestum erit inferius, nec aliquis tremor accidit in radio nec in aere propter radiorum multitudinem. Quapropter manifestum est quod sonus non generatur ex radiis, et ideo nulla est Musica mundana nec eciam humana que assignatur in armonia et proporcione quatuor elementorum adinvicem in corpore humano et in conveniencia corporis ad animam et in partibus anime adinvicem | conformibus. Istud totum est falsum f. 86 b 1. quoniam non sunt ibi proporciones quantitatis et partium ejus, quas proporciones solum considerat Musica sicut tota Mathematica, et ideo proporciones et armonie que hic debent esse sunt omnino alienae a proprietatibus (aliter proporcionalibus) quantitatis et Mathematice. Preterea ex predictis constat Musicam considerare quantitatem discretam non permanentem, sed hujusmodi proporciones et armonie que sunt in elementis et inter corpus et animam et in partibus anime sunt permanentes et in rebus permanentibus et ideo nichil faciunt ad Musicam. Item, non possunt conformari

et configurari sono et gestui ut vadunt in finem unum, quapropter nullo modo sunt de consideracione Musice. Et ideo, licet aliqui sompnaverunt Musicam mundanam et humanam, ut dictum est, tamen non habent aliquam veritatem. Propter quod solum Musica instrumentalis debet remanere, que instrumentis musicalibus potest explicari et exerceri, quorum quedam sunt instrumenta naturalia ut partes hominis que voci et gestui deserviunt, et quedam sunt artificialia ut cithara et vidula, cum psalterio, organo, et aliis instrumentis. Quod igitur Boetius et alii tangunt de Musica mundana intelligendum est quod loquuntur secundum opinionem vulgatam et non secundum diffinitivam sentenciam veritatis, nec constat nobis de professione Boetii in hiis, quoniam mortuus fuit antequam partem Musice instrumentalis potuit consummare, et inferius suo loco de hac materia plenius dicetur.

Capitulum tertium de vera divisione Musice penes subjecti divisionem.

QUONIAM autem divisio Musice non potest esse penes mundanam et humanam, oportet secundum sentenciam libri de *Ortu Scienciarum* accipi divisionem et partes Musice. Unde habet duas partes magnas, quarum una consistit in consideracione objecti visualis conformandi sono, quod est gestus, et alia circa objectum audibile, quod est sonus. Et hec secunda habet duas partes magnas, una est circa voces | humanas et alia circa sonos instrumentorum musicalium. Et illa que est circa voces humanas habet quatuor partes, una consistit in cantu que vocatur Musica melica, et alia est in sermone que habet tres partes secundum tres species sermonis, scilicet metrī, rithmī, et prosaī. Una est circa sermonem metricum que determinat omnes proporciones metrorum et pedum et longitudinum et brevitudinum, et vocatur Musica metrica. Alia pars Musice sermonalis est Musica rithmica que docet omnes proporciones rithmicas constitui et causas et raciones assignat. Tercia

f. 86 b 2.

est prosaica que causas et raciones proporcionum in accentibus et coloribus rethoricis et ceteris que ad sermonem prosaicum pertinent determinat. Auctores enim et commentatores sic distinguunt partes Musice, quia musicus habet omnium istorum raciones et causas et demonstraciones dare, et gramatici poete logici rethorici et alii ab eo accipiunt quilibet secundum usum suum. Musica vero que perficitur in instrumentis artificialibus aut fit flatu aut extensione cordarum aut percussione. Flatu ut in fistulis et hujusmodi, extensione cordarum ut in cithara et hujusmodi, percussione ut in timpanis, cimbalis, et nablis. Apud autem Latinos scripserunt antiqui de hiis Varro, Albinus, Gaudentius, Censorinus, Tullius, et Boetius, sed morte preventus Musicam suam non complevit. Hec igitur ad certificandum totam Musicam et Musice totius partes ac distinctionem practice a speculativa volui premittere. Sed speculativa differt a practica in hoc quod docet quid est quantitas discreta non-permanens, et quot et que sunt partes, et quid sit unaqueque et quid accidat eis, et que sunt principia et que cause horum preter hoc quod considerentur per comparacionem ad hoc instrumentum vel ad illud, set absolute per comparacionem ad auditum et visum, non descendendo ad species instrumentorum nec ad modum operandi et utendi in eis. Practica vero docet ipsa opera in instrumentis singulis et modos operandi et | causas f. 87 a 1. operum investigat.

Capitulum quartum (de laudibus Musice).

SED ut perfeccius divisio Musice pateat et laus mirabilis super omnes sciencias inferam capitulum in quo apparent que nunc dixi. Dico igitur quod hec sciencia preter communia instrumenta et armonias communes docet invenire specialia instrumenta et sonos proporcionatos et gestus exquisitos quibus non solum naturalia varientur sed et voluntaria inclinentur et bruta animalia allicantur secundum humane beneplacitum voluntatis. Avicenna vero, et

⁴ distinguunt MS.

⁵ omni MS.

Boetius in principio Musice, et Varro peritissimus secundum testimonium omnium Latinorum sapientum, et ceteri auctores docent hoc fieri posse et experientia multiplex coaptatur. Practica igitur Musice non solum distinguitur in universali penes flatum extensionem et percussionem, ut prius tactum est, sed penes effectum varium et maxime in hominibus et in brutis. Avicenna quidem primo *Canonis* sui dicit quod inter omnia exercicia sanitatis cantare melius est. Cujus causa est quia totum corpus exhilarescit, et distenduntur nervi et vene, ex qua distensione aperiuntur pori et fumi corrupti exeunt et salubriter vacuantur. Contra eciā actuales infirmitates quascumque nichil celerius valet quam delectabilis armonia, nam sic Boetius docet medicos curasse sciaticas passiones extraneas musice et freneticos mirabiliter liberasse. Ypocras enim Democritum insanum ad debitum mentis sanum reduxit, et Asclepiades de primis auctoribus medicine freneticum, ut auctores docent, curavit. Et sicut nostra historia firmat, David per citharam Saulem demoniacum a sua furia expedivit. Ceterum sompnum specialis armonia ingerit, et propria modulacio sompni torporem excutit, unde dicit Boetius 'in tantum vero prisce philosophie studiis vis Musice artis innotuit, ut Pictagorici cum diurnas | in sompno ressolverent curas, quibusdam cantilenis uterentur, ut eis lenis et quietus sopor irriperet. Ita experti aliis quibusdam modis stuporem sompni confusioneque fugabant (aliter purgabant).' Deinde propinquius ad voluntaria supergrediens Musica potestas se exaltat. Nam gaudium multiplicat et tristicias expellit efficaciter, ut auctoritas et experientia edocent multis modis. Dicit enim Boetius quod vis aurium non solum de sonis judicat differencias quod cognoscit, 'verum delectatur animus si dulces coaptentur modi, agitur vero si dissipati atque inconvenientes feriant sensum. Nichil enim tam proprium est humanitati quam remitti dulcibus modis astringique contrariis.' Et iram et mentis turbacionem excitat et sedat, nam, ut ait Boetius, in bello videmus 'pugnancium animos accendi carmine tubarum. Quod si verisimile est, a pacato mentis statu ad iracundiam posse

quemquam venire, non est dubium quin conturbate mentis
 iracundiam modestior modus armonie possit astringere.
 Unde Empedocles cum ejus hospitem quidam adolescens
 gladio furibundus invaderet, inflexit modum canendi sic
 5 quod adolescentis iracundiam temperavit'. Sed eciam,
 quod majus est omnium, mores hominum immutat Musica.
 'Unde Plato maxime cavendum existimat ne de bene morata
 Musica aliquid immutetur. Negat enim tantam esse ullam
 morum in republica labem de pudenti et modesta musica
 o invertere. Statim enim audientium animos paulatim disci-
 dere, nullum quod honesti atque recti recudere vestigium,
 si vel per lasciviores modos inverecundum aliquid, vel per
 asperiores ferum atque immane mentibus illabatur.' Et
 10 ideo antiquitus civitates musicos auctores honestam pudici-
 ac sobriam musicam pueros edocentes honoraverunt
 et ditaverunt, et eos qui adolescentes ad lascivorem musi-
 cam induxerunt judicio dampnaverunt. Boetius enim de f. 87 b r.
 hiis exemplificat suo libro. Qui Pictagoras eciam, ut
 Marcus Tullius et Boetius testantur, juvenem ebrium sub
 frigio modo musice excitato qui animum irritat, cum
 propter scortum domum cuiusdam vellet comburere, jussit
 modos musicos saniores induci, et sic adolescentem ad statum
 mentis pacatissimum reduxit, et ejus furentem petulanciam
 15 consedavit. Sic igitur animos hominum in quemcumque
 actum voluerit musicus peritus potest excitare, salva tamen
 in omnibus arbitrii libertate, nam non cogitur voluntas, sed
 vehemens armonie inducitur ut gratis velit eligere illud
 ad quod efficaciter excitatur. Et non solum mentes huma-
 20 nas set animas brutorum et serpentum et piscium et aliorum
 ita quod capiantur pro hominum voluntate, sicut libri anti-
 quorum docent et expertum est in piscibus magnis, ut in
 delphinibus et aliis, et in bestiis ut cervis et multis anima-
 libus, que non solum per armonicas delectaciones et specialia
 25 instrumenta affecta sunt secundum hominum voluntatem,
 sed per communia instrumenta sicut sunt cithare, fistule,
 vidule, et hujusmodi alia, sicut Varro sapientissimus fecit, et

6 omni MS. 8 tantam] cautum MS. 10 paulatim] prolati marg.

13 ferum] ferorum marg.

Plinius in *Naturalibus*, et Solinus in *Mirabilibus Mundi*, et alii auctores docent, atque ipsa experientia venantium et nautarum hoc confirmat, et quilibet peritus in musicalibus potest hoc cum voluerit experiri. Unde in musicalibus practicis major est subtilitas quam in aliis, propter hoc 5 quod ultra naturam se extendunt ad hominum et brutorum voluntates inclinandas fortiter, sine omni alteracione corporum sed sola sensus immutacione et excitacione voluntatis, salvo tamen in omnibus, ut dixi, libero arbitrio; quoniam non coguntur sed ob delectacionis excessum 10 fortissime inducuntur et trahuntur in desideria varia secundum proprietatem armonie et delectabilis instrumenti.

f. 87 b 2.

Sed propter difficultatem et magnitudinem secretorum de hac sciencia practica parum habetur apud Latinos. In aliis tamen linguis primo tradita fuit in Hebreo, quia 15 patriarche et prophete, precipue Salomon, multa mirabilia conscripserunt de hiis, sicut Josephus in *Antiquitatum libris* et alii auctores dicunt, et Avicenna dicit quod ipse artificium quadruviale sigillavit. Ideo sciencia Musice inquisitione longa et subili speculacione indiget, et Euclides 20 et Ptholomeus hujus sciencie secreta docuerunt.

Distinccio quinta que est de abstraccione quantitatis et de generibus propositionum quibus utitur Mathematica, et habet quinque capitula. Primum est de ipsa abstraccione secundum modos ejus quatuor.

25

NUNC in fine dicendum est de abstraccione et ratione propositionum quibus utitur Mathematica, ut sic terminetur pars prima de Communibus Mathematice extrinsecis. Adam igitur aliqua hic de hiis; non enim dubium est quin de hiis Mathematica habeat tractare, quia hec sunt communia 30 omnibus scienciis. Nam omnis sciencia abstrahit aliquo modo, et tria genera propositionum habet et hiis utitur, licet diversimodo utantur sciencie diverse. Sed tamen oportet quod mathematicus sciat grossam rationem et universalem in summa reddere de abstraccionibus, quoniam 35 omnes clamant quod Mathematica sit abstracta, et verum

est. Et ideo in tractatu Mathematice debent aliqua annotari de abstraccione, non solum propter hoc quod dictum est, sed ne videatur fantasia et figmentum et falsa ymaginacio de quantitate secundum quod mathematicus eam considerat, cum illam accipiat que in rebus est transmutabilibus et tamen eam non considerat prout est in rebus illis. Sunt autem quinque modi abstraccionis. Unus est communis omnibus scienciis, scilicet secundum quod universale abstrahitur a singularibus, ut homo consideratur in se non prout est | in Sorte vel Platone, et sic omnis f. 88 a 1. sciencia abstrahit quia quelibet est de universalibus et nulla de singulis per se et principaliter. Secunda est abstraccionis a motu et materia omnino tam secundum rem quam secundum considerationem, et sic sola causa prima dicitur abstracta et separata. Tercia dicitur abstraccionis et separacionis a materia corporali et motu, ut secundum res dicatur sic abstracta et separata, quia in sua compositione non est materia talis, nec subjecta est motui corporali, ut dependeat ex ea secundum suum esse, et sic intelligentie sunt abstracte et separate a materia et motu—habent tamen materiam spiritualem veraciter de sua compositione sicut ex *Methaphysica* mea patet evidenter. Quarta dicitur abstraccionis fieri a materia et motu, ita quod, licet res abstracta sit in materia corporali tamen consideratur non prout est in ea, et sic Geometria speculativa et Arismetica speculativa et Musica speculativa et pars prima que est de communibus Mathematice quantum ad ea que de lineis, angulis, superficiebus, corporibus, figuris, et numeris accipit in descripcionibus suis, abstrahunt et separant quantitatem ab omni materia et motu, id est considerant eam non prout est in materia sed secundum se, ut est aliquid in rerum natura. Nec est hec quantitas ficta per ymaginacionem, ut ponatur per se existere ; hoc enim falsum esset quia tunc consideracio esset inutilis, nam quantitatis sciencia in Mathematicis est propter corpora quanta non propter quantitatem extra corpora existentem. Nec possibile est quod sit per se cum sit accidentis, et ideo oportet quod apta nata sit esse in substancia et non aliter. Unde mathematicus non considerat quantitatem nisi quam

novit esse in substancia, licet eam non consideret ut sic est, quia non considerat eam prout non est ibi, quia hec consideracio falsa est eo quod falsum sit quantitatem non esse in subjecto suo cum sit accidens. Secundum igitur quod negacio precedit modum dicendo quod considerat non 5
 f. 88 a 2. prout est in subjecto vera est | abstraccionem secundum vero quod modus precedit negacionem tunc falsus est sermo qui dicit mathematicum considerare quantitatem videlicet prout non est in subjecto. Et certe sic omne aliud accidens potest considerari preter comparacionem ad suum subjectum, et sic omnis sciencia potest abstrahere quoniam accidens differt in essencia a suo subjecto et non est ipsum, neque subjectum est accidens. Et ideo potest in se considerari ut est quedam natura et quedam creatura, sed non omnis sciencia facit hanc consideracionem sed Mathematica 15 potest in multis suis partibus, eo quod quantitas secundum se considerata habet magnam difficultatem et utilitatem propter multas veritates quas habet, tam in principiis quam conclusionibus. Et quia sciencia necessaria est ubi est difficultas et utilitas propter comprehensionem magnarum 20 veritatum, eo quod secundum Aristotilem in *Ethicis* 'ars est de difficili et bono', ideo oportuit quod esset sciencia magna de quantitate secundum se considerata, licet non de aliis accidentibus que non habent hujusmodi virtutes in copia difficiles et utiles dum secundum se considerantur. 25 Unde risibile potest considerari secundum se prout habet comparacionem ad hominem, set non habet copiam veritatum difficultum dum secundum se consideratur. Et sic est de aliis accidentibus naturalibus, propter quod de hiis non constituitur sciencia principalis, sed aliquando liber parcialis 30 in sciencia totali, vel aliquod capitulum, ut patet in aliis scienciis aliquando.

Capitulum secundum de quinto modo abstraccionis.

QUINTO modo dicitur abstraccionem a transmutacionibus naturalibus, et materia sic transmutabili, scilicet secundum 35 generacionem, corrupcionem, alteracionem, augmentum,

diminucionem et loci mutacionem que est causa dictarum transmutacionum; nam loci mutacio in celo est causa generacionis et corrupcionis et aliarum transmutacionum in rebus inferioribus. Partes aut omnes Mathematice abstrahunt secundum consideracionem ab hujusmodi materia et mutacione, licet ea de quibus sunt sint in materia transmutabili. Unde res mathematice non sunt sic abstracte f. 88 b r. secundum esse quod non sint in rebus transmutabilibus, sed secundum consideracionem abstrahitur, hoc est considerantur non prout sunt in tali materia quod bene fieri potest hoc modo. Nam licet Musica speculativa et practica considerent voces naturalium instrumentorum que sunt partes hominis, et multa consequencia motum et materiam sensibilem et transmutabilem, tamen non considerant ea secundum formam transmutacionis naturalis, nec curat de illis transmutacionibus. Similiter Astrologia et Astronomia practica, licet descendant ad materiam et motum, tamen non considerant materiam et motum nisi in quantum sunt quanta, et non ut sunt subjecta transmutacioni naturali nec ut sunt cause aliarum transmutacionum. Nam Astrologia considerat celestia et similiter Astronomia mathematica, sed tamen non considerant nisi quantitatem corporum et motum non generacionem et corrupcionem non alteracionem non augmentum non diminucionem non loci mutacionem in quantum est causa generacionis et corrupcionis et ceterarum transmutacionum, sed considerant motum localem celestium quantum ad quantitatem illius motus, ut quantus est in hora, quantus in die, quantus in mense, quantus in anno uno, quantus in pluribus, et sic de communibus premissis (aliter omnibus practicis) Mathematice. Verum est quod non considerant materiam corporalem ut est subjecta motibus transmutacionum nec per comparacionem ad illas, et ideo dicuntur abstrahi a materia et motu, id est a materia prout est subjecta transmutacionibus naturalibus et comparata ad illas. Sed Astronomia naturalis, que judicat de transmutacionibus rerum hujus mundi, considerat celestia ut sunt cause transmutacionum per comparacionem ad eas, et ideo elongata est hec sciencia a proprietate Mathematice,

et cadit inter sciencias naturales. Similiter omnia accidentia corporum generabilium et corruptibilium concernunt causas transmutacionum, et ideo non possunt abstrahi ut quantitas in practicis considerata, nec habent conclusiones nec principia secundum se, sed secundum rationem et comparacionem ad causas transmutacionum. Verbi gratia, Medicina est de infirmitate et sanitate de quibus sciencia non potest constitui nisi per causas transmutacionum naturalium, et sic de omnibus sciencieis naturalibus que sunt septem magne sciencie, quarum multe plures habent sub se, et certe respectu naturalium dicitur Mathematica precipue et principaliter abstracta, et ideo per hunc modum quintum dicitur Mathematica abstrahi. Moralis vero Philosophia considerat virtutem et vicium que partim sunt a natura partim a consuetudine experimento et exercicio, sicut Aristotiles docet in secundo *Ethicorum*. Et secundum varietatem complexionum et regionum in quibus homines habitant inclinantur homines aliter et aliter et disponuntur ex natura et excitantur fortiter, licet non cogantur quia voluntas non potest cogi, ut ait Philosophus. Similiter eadem ratione variantur complexiones secundum diversas constellaciones quibus inclinantur homines ad diversos mores in diversis temporibus, licet non cogantur, quos tamen gratis eligunt et vivunt secundum eos, ut nos in omni regione videmus ad oculum, et ideo consideracio moralis philosophi sequitur materiam (aliter naturam) generabilem et corruptibilem, propter quod causas transmutacionum concernit, et ideo dicitur in *Ethicis* quod Naturalis Philosophia deservit Morali; et oportet quod Moralis utatur consideracionibus naturalibus, et propter hoc non est abstracta sicut Mathematica, et causa horum est quia quantitas continua quam sequetur numerus arismetice procedit in esse secundum creacionem in corporibus primis, et nascitur cum primo genere subalterno quod est corpus, et creata est in celo et in elementis ut sunt partes mundi in quantum sunt incorruptibilia naturaliter, et erunt semper et ab eis, tamen sit in omnia generata. Et ideo quantitas quantum ad suam essenciam non dependet a transmutacione naturali, sed

f. 89 a 1.

ruptibilia naturaliter, et erunt semper et ab eis, tamen sit in omnia generata. Et ideo quantitas quantum ad suam essenciam non dependet a transmutacione naturali, sed

omnia alia accidencia concernunt corpus generabile et corruptibile et generantur et corrumpuntur, eciam lux que est accidentis inter corruptibilia nobilissimum, nam in celestibus corruptitur per eclipses et renovatur. Et virtus et vicium que sunt de consideracione philosophie sequuntur complexionem, ut dictum est, et ideo materiam transmutabilem. Sed Methaphysica est prior Mathematica et magis abstracta, quia considerat res secundo et tertio modo abstractas, et alia ante transmutaciones naturales et preter eas. Quinto igitur modo universaliter verum est quod Mathematica sit abstracta, sed quarto sunt tantum quatuor ejus partes abstracte, scilicet Communis ceteris et Geometria speculativa et Arismetica speculativa et Musica speculativa. Omnes enim practice descendunt ad materiam sensibilem in qua operantur, et Astrologia speculativa ut dictum est concernit materiam, ut celum et stellas que sunt cause omnium transmutationum, et considerat posiciones habitabilis et res in eis que sunt transmutabiles per celestia, licet secundum consideracionem suam astrologus et astronomus mathematicus non habeant respectum ad hujusmodi transmutationem fiendam a celestibus in partes habitabilis et in res contentas in eis, sed considerant celestia et partes habitabiles preter illam transmutationem.

Capitulum tertium. An preter consideraciones scienciarum principalium quatuor inveniatur abstraccionis scientiis que sunt Gramatica et Logica.

ET hee quatuor sciencie, scilicet Moralis, Naturalis, Mathematica, et Methaphysica, comprehendunt omnes sciencias essenciales et principales. Cum enim Aristotiles dicit in sexto *Methaphysice* quod modi philosophie sunt tantum tres, Naturalis, Mathematicus, et Divinus, sub Divino continetur non solum Methaphysica que investigat proprietas dei sed Moralis que statuit divinum et multa nobilia sentit de deo secundum quod est possibile philosophie. Unde in principio *Methaphysice* vult Aristotiles quod sciencia divina est duplex. Hoc ideo dixi ne quis imperitus

me caperet in verbis, quia posui quatuor sciencias essentiales, sed non sunt plures preter eas nisi sermocinalis sciencia que dividitur in Gramaticam et Logicam. Rethorica enim docens compositionem argumenti rethorici est pars Logice, ut patuit in predictis. Et Rethorica utens hoc argumento est pars Moralis Philosophie, ut in Methaphysica et in Moralibus demonstravi; et ideo multum errat vulgus quando ponit Rethoricam in divisione contra Logicam et Gramaticam. Similiter Poetica, docens argumentum poeticum, est pars Logice, et ea que utitur tali argumento est pars Moralis Philosophie, ut demonstravi suis locis, et ideo sole due, scilicet Gramatica et Logica, computantur preter dictas sciencias quatuor de quibus jam expositum est quomodo abstrahunt et quomodo non. Sed ne videamur negligere sciencias has duas, que accidentales vocantur, videamus si abstraccio est in eis propter evidenciam Matematice. Ideo dico quod haec sciencias sunt de solis operibus anime speculative que sunt habitus cognitivi universales per quos omnes sciencie investigantur, unde sunt de conceptibus seu de intellectibus simplicibus, et compositis conceptis ab anima. Intellectus vero simplices sunt dicciones et termini mentales, intellectus compositi sunt oraciones, proposiciones et argumenta. Hii autem intellectus simplices et compositi possunt secundum se considerari, scilicet ad inquisitionem congruitatis pro Gramatica et veritatis pro Logica, et non ad docendum vel conferendum cum alio, et sic de hīis habitibus sunt haec sciencias quantum ad earum potestatem principalem. Sed hīi habitus possunt considerari ad docendum vel conferendum mutuo, et tunc considerantur | a Gramatica et Logica ut sunt exprimendi per voces convenientes. Primo modo non est necessarium ut sciencia de ipsis doceatur, quia omnes homines naturaliter sciunt Gramaticam et Logicam illo modo sine invencione et doctrina, ut probavi in *Methaphysicis*; secundo autem modo oportet quod homo aut per invencionem aut per doctrinam acquirat sibi has sciencias. Noticiam vero et esse istorum habituum precedit specierum generacio in anima et organis ejus, nam ex speciebus, que vocantur

similitudines et imagines rerum, oritur conceptus simplex qui est diccio mentalis, et ex diccionibus talibus sunt oraciones et argumenta; sed hujusmodi specierum recepcio in organis vel anima non est sine transmutacione materiali (aliter naturali) atque vocum generacio per quas exprimuntur intellectus est cum materiali (aliter naturali) transmutacione, et ideo res grammaticales et logicales concernunt materiam transmutabilem; et principaliter hec grammaticus et logicus considerant respectu transmutacionis, ut patet in causis sonorum et totius orthographie, et similiter in causis accidentium partium oracionis octo, que accidentias sunt passiones rerum naturalium. Et logicus similiter decem predicatorum que considerat, et in causis et rationibus reddendis per naturales vias in multis que considerat, et ideo inter abstractas sciencias non computantur. Sunt etiam accidentales sciencie, et ideo non numerantur inter alias essentiales que dividuntur per abstractas et non-abstractas, licet habeant modum abstractarum.

*Capitulum quartum de generibus propositionum quibus
utitur Mathematica.*

NUNC ultimo inferam brevem sermonem de generibus propositionum quibus utitur Mathematica sicut et omnis sciencia, et quia hec genera propositionum sunt communia omnibus scienciis. Ideo earum copiosa pertractacio noscitur ad Methaphysicam pertinere, set quantum Mathematica requirit dicendum est hic. Et hoc est quod proposicio potest esse per se nota intellectui cuiuslibet tam insipientis f. 89 b 2. quam sapientis postquam significata cognoverunt terminorum, ut de quolibet affirmacio vel negacio 'omne totum est majus sua parte' et hujusmodi. Et hec dicuntur concepciones vel dignitates vel maxime proposiciones vel anxiousata secundum Alardum super *Elementa Euclidis*. Unde Boetius dicit in *Ebdomadibus* quod 'concepcionis est quam quis probat auditam', et Alardus Batoniensis in sua *edicione speciali super Elementa Euclidis* ait: 'Concepciones sunt que ultimo (aliter primo) occurrunt humane intelligencie, in

quibus non est exigendum propter quid', nam cognitis terminis aut non habent probacionem aliquam ut primum principium de quolibet affirmacio vel negacio et de nullo eodem simul, vel habent secum suam probacionem, sicut 'omne totum est majus sua parte', ita quod ita evidens 5 est probacio quod non oportet eam explicari. Aliud genus propositionis est quod nec intelligitur nec scitur propter terminos, sed notis terminis solum creditur antequam intelligatur, et hec sunt propria principia cuiuslibet sciencie, ut articuli fidei in Theologia, et peticiones et suppositiones 10 in omnibus scienciis, ut in Geometria 'a puncto ad punctum rectam lineam ducere'; et idem est peticio et supposicio secundum Anaricum in *Commentario Elementorum Euclidis*; sed quia magister petit a discipulo ut credat illa, vocantur peticiones, et quoniam discipulus debet illa credere, et hoc est supponere, vocantur suppositiones que non potest in principio intelligere, set credere donec fuerit exercitatus in sciencia cuius sunt; aut quod requirat potestatem Methaphysice, cuius est omnium scientiarum principia declarare et a qua omnes sciencie accipiunt sua principia 20 tamquam sibi probata et manifesta. Sciendum tamen quod supposicio et peticio sunt dupliciter: uno modo simpliciter, alio modo quoad aliquem; primo modo sunt indemonstrabiles in sciencia, cuius sunt quantum est de ejus potestate propria. Sed secundo modo possunt in ea demonstrari, quia non sunt 25

f. 90 a 1.

simpliciter credibiles | tantum, sed alicui minus perito in sciencia cuius sunt, et ideo possunt in ea demonstrari; sed peticiones et suppositiones simpliciter credibiles nulla sciencia particularis habet ex sua proprietate virtutem probandi, quia illa sunt fundamenta omnium que probantur in 30 sciencia et considerantur, et per que omnia probantur; propter quod debent supponi tamquam certissima, nec umquam alia sciencia particularis se extendit ad probacionem alicujus talis principii, nec contradicatur ei in hiis vel propter aliquam aliam causam specialem, sicut accidit Aristotili primo *Physicorum* et in primo *Elenchorum*, et tunc patet particularissimam sciencia hoc facere ex beneficio Methaphysice in quantum communicat cum ea et ostenditur ex ea, nam Methaphysica

influit suam virtutem in omnes sciencias et dat potestatem
 singulis et vigorem. Principiorum autem dictorum que
 sunt peticiones et concepciones ac suppositiones, quedam
 sunt in quibus non exprimitur diffinatio de diffinito, et
 5 hujusmodi vocantur nominibus dictis; quedam vero habent
 diffinitionem expressam de diffinito, et hujusmodi vocantur
 diffiniciones ita quod proposicio denominatur a parte sua,
 scilicet a predicato suo, sicut cum dicitur 'si ab equalibus
 equalia demas que relinquuntur sunt equalia'. Concepcion
 10 est quam quisque intelligit postquam terminos cognoverit,
 et hic non predicatur diffinatio de diffinito; sed si dicatur
 quod 'equale est quod alii compositum vel comparatum
 non excedit illud nec exceditur ab eodem', hic predicatur
 diffinatio de diffinito, et est concepcion nota cuilibet post
 15 terminorum cognitionem. Sed hec concepcion habet nomen
 speciale et vocatur diffinicio, et ideo distinguitur ab aliis
 conceptionibus per hoc nomen, licet in veritate sit vera
 concepcion, ut magis inferius exponetur. Sic etiam est de
 suppositionibus et peticionibus quod earum quedam pro
 20 ponuntur sine predicacione diffinitionis de diffinito, ut 'a
 puncto in punctum rectam lineam ducere' et hujusmodi, et
 hee retinent nomen commune peticionum et suppositionum.
 Alie vero habent diffinitionem | predicatam de diffinito, ut f. 90 a 2.
 'punctum est cuius pars non est' et 'linea est longitudine sine
 25 latitudine' et cetera hujusmodi, licet in veritate sunt supposi
 siones et peticiones, tamen habent nomen speciale et
 vocantur diffiniciones, et denominatur totum a parte. Diffini
 cito enim proprie sumpta non est proposicio ut 'animal
 rationale' est diffinatio hominis. Et sic Aristotiles dicit in
 30 primo *Posteriorum* quod diffinatio non est suppositione quia
 suppositione est proposicio, diffinatio vero talis non est propo
 sicio. Diffinatio tamen est positiva, quia posicio est univer
 saliter illud quod ponitur in sciencia, quia non intelligitur
 set creditur tantum, et hoc sive sit incomplexum ut diffinatio,
 35 sive complexum ut suppositione et peticio. Hec enim est sen
 tencia Aristotilis in primo *Posteriorum* de istis principiis;
 sed tamen Aristotiles in isto libro in diversis locis vult quod

24 punctus *hic et postea MS.*

diffinicio sit medium in demonstracione et quod sit principium demonstracionis complexum, et quod sit conclusio demonstracionis demonstrans solo situ a demonstracione; quia demonstracio situat et ordinat terminos in forma arguendi, ut 'terra ponitur inter solem et lunam, ergo eclipsatur'.⁵ Diffinicio vero comprehendit in una diffinizione hoc totum sub hac forma et situ: 'eclipsis lune est defectus lucis ejus propter interpositionem terre inter solem et lunam'. Primo modo diffinicio est incomplexum, et sic loquitur Aristotiles ubi dividit posicionem (aliter proposicionem, aliter contra ¹⁰ proposicionem) set secundo et tertio et quarto diffinicio est proposicio in qua diffinicio incomplexa enunciatur de diffinito; et denominatur, ut dixi, tota proposicio a sua parte, sicut 'homo dicitur Crispus a capite'. Et hiis modis saltem secundo et tertio utitur Mathematica diffinizione quia aliquando diffinicio in ea est principium demonstracionis, id est, aliqua proposicio in demonstracione assumpta; aliquando est conclusio, ut inferius elucescat.

Capitulum quintum in quo ostenditur quod diffiniciones sunt peticiones et suppositiones et concepciones in quo ²⁰ eciam infertur de conclusionibus. |

f. 90 b 1.

HUJUSMODI autem diffiniciones in secundo modo et tertio sunt concepciones et suppositiones et peticiones, nam ille que sunt conclusiones demonstrationum sunt suppositiones et peticiones alicui, quia creduntur ab aliquo et non ab eo intelliguntur, licet ab illis a quibus intelliguntur non sunt suppositiones sed pure conclusiones. Ille vero que sunt principia demonstracionum et non conclusiones ille sunt peticiones et suppositiones simpliciter, quia credi debent antequam intelligantur. Et earum certificacio dependet ex ³⁰ Methaphysica sicut et ceterarum peticionum, et sunt inde mirabilia sicut et relique peticiones; et dico ea esse inde monstrabilia quia licet habent argumentum dyalecticum ad sui declaracionem, non tamen argumentum demonstrativum; et precipue sicud conclusiones que per eas demonstrantur ³⁵ in sciencia cuius sunt ex proprietate illius sciencie valent demonstrari. Ille vero que sunt per se scibiles a quolibet

postquam terminos cognoverit sunt concepciones; nam ideo dicitur concepcio quia per se nota cuilibet, et hoc videmus in exemplo de equali superius tacto. Ita enim est ejus diffinicio nota sicut reliqua proposicio in qua non est diffinicio predicata de diffinito, quam ponit Euclides 'si una res alii supponatur appliceturque ei nec excedat altera alteram, ille adinvicem erunt equales', quia si hic est concepcio, et predicta diffinicio simpliciter, quod eciam patet in aliis exemplis. Nam hec proposicio 'omne totum est majus sua parte' dicitur concepcio per se nota, et tamen auctores *Perspective Alhacen* doce(n)t eam demonstrari per diffinitionem majoris, scilicet per hanc propositionem 'omne quod continet aliud et plus est eo majus, omne totum est hujusmodi respectu partis, ergo omne totum est majus sua parte'. Cum igitur illud quod probat aliud est nocius eo, tunc hec proposicio 'omne quod continet aliud et plus est majus illo' est nocior ista 'omne totum est majus parte'. Ergo si hoc 'omne totum est majus sua parte' est concepcio nota, multo forcius hec diffinicio 'omne quod continet aliud et plus est majus' erit concepcio. Et ideo cum omnis proposicio que est principium demonstracionis sit concepcio per se nota vel peticio credenda, diffiniciones omnes comprehenduntur pro conceptionibus et petitionibus. Tercium genus propositionis est conclusio per que conceptiones et f. 90 b 2.

25 peticiones possunt demonstrari in sciencia cujus sunt. Sed istarum conclusionum quedam sunt principales, et quedam sequuntur tamquam eis annexas et dependentes ab illis, et vocantur correlaria et porisomata. Nam in undecimo libro *Elementorum* Euclidis dicitur: 'epilogat ut porisoma irroget et correlarium inferat', de quo in *Gramatica Greca* exposui quod oportet. Et istorum complexorum omnium divisio una reperitur, quam Alardus Batoniensis ponit. Et est quod quedam dicuntur proposita, quedam dicuntur propositiones: proposita per infinitum proponuntur, ut in 30 conclusionibus 'super datam lineam triangulum equilaterum constituere' et hujusmodi; similiter in petitionibus, ut ista 'a puncto in punctum rectam ducere lineam'; et si dicatur sic 'omne totum est majus sua parte' concepcio erit. Et alie

f. 91 a r.

propositiones proponuntur per induccionem, ut ‘punctum est cuius pars non est’, et ‘omnis triangulus habet tres’ et ‘omne totum est majus sua parte’. Item ut ait, ‘propositiones proponuntur quod quidem sic vel non sic, proposita proponuntur ad faciendum vel non faciendum’. Sed conclusiones aliter dividuntur secundum quod docet Anaricus in *Commento Elementorum Euclidis*, quod ‘non solum in practicis sed in speculativis quedam sunt ad sciendum quedam ad inveniendum quedam ad operandum’. Verbi gratia, ad operandum, ut prima *Elementorum Euclidis* ‘super 10 datam lineam triangulum equilaterum collocare’, vel constituere, vel operari. In cuius demonstracionis fine et consimilium dicendum est ‘et hoc est quod operari volumus’. Prima vero tertii proponitur ad inveniendum, ut ‘circuli propositi centrum invenire’, in cuius demonstracionis 15 fine et consimilium debemus dicere ‘et hoc est quod invenire volumus’. Ad sciendum autem quod proponitur omnia que nec operacionem nec invencionem important, ut ‘omnis triangulus habet tres angulos equales duobus rectis’. In cuius demonstracionis fine et consimilium debemus dicere 20 ‘et hoc est quod scire volumus’. Et hec operacio natura-
liter et invencio non solum pertinent ad practicas sed ad speculativas, nam operacio et invencio in predictis exemplis respiciunt speculacionem veritatis, licet sint | alie opera-
ciones que ad practicam pertineant, sed sunt vehemensiores 25 et difficiliores ad compendium. Et sic terminatur tota ista pars prima de Communibus Mathematice, que extrinseca dicuntur respectu aliorum communium magis intrinsecorum.

*Pars secunda hujus tractatus de Communibus Mathe-
matice habens distinciones. Prima est de parte et toto, 30
et diversis generibus partium secundum diversas con-
diciones, habens capitula quatuor. Primum est de integris
et fraccionibus, descendendo ad effectus et partes ejus.*

DETERMINATA prima parte hujus tractatus Communium Mathematice in qua jam determinatum est de quibusdam 35 extrinsecis, hic sequitur pars secunda in qua de intrinsecis

agitur. Mathematica multum utitur parte et toto, et ejus consideraciones principales non perficiuntur sine hiis. Et hec sunt communiora aliis, propter quod primo dicendum est de eis. |

5 Mathematica vero accipit partem tantum aliquotam que *D. f. 48 a 1.*
aliquociens sumpta reddit suum totum, ut unitas aliquociens *begins.*
sumpta reddit numerum quemlibet, bis enim sumpta binarium, ter sumpta ternarium. Et binarius est pars aliqua
cujuslibet numeri paris, quia bis sumptus reddit quatuor,
10 et sic ultra. Hec enim pars est certa, et ideo accipit hanc
hec sciencia que est in se certificata et alias certificans, ut
patet in universali in predictis, et patebit in applicacione
ejus ad alias; et hec pars dicitur numerativa et multiplicativa
tocius, et metitur totum. Totum vero vocatur inte-
15 grum, pars quidem dicitur fraccio. Set fraccio quedam est
vulgaris, quia vulgus utitur ea, ut medietas, tercia, quarta,
quinta, sexta et sic in infinitum. Omnis autem res habet
duas medietates, tres tercias, quatuor quartas, quinque
quintas, sex sextas, et sic ultra. Sunt autem alia genera
20 fraccionum, de quibus dicendum est inferius suo loco.

Sunt autem quedam fracciones quibus dividuntur omnes
res, que vocantur uncie et uncia item dividitur in duo-
decim. Hiis autem omnes sciencie utuntur secundum plus
et minus. De hiis vero tractatur in sciencia abbaci. Abbacus
25 autem est mensa geometrica Pithagorica, in qua Pithagoras
disposuit omnes istas fracciones ut sciretur in quot quelibet
res divideretur in istas. Scripsit autem de hiis primo
dominus Papa Ge(r)bertus, quem omnes doctores sequuntur,
et tamen dictis explicant et explanant. Inter quos precipue
30 Bernelius domino Amelio episcopo | Parisiensi conscripsit, *S. f. 91 a 2.*
et G. Scolasticus Constantino, qui satis concordant et alii.
Ex quorum libris hic extraham unum capitulum de hiis
donec in practica Arismetice compleatur tractatus, quia
licet hec sint communia toti Mathematicae, specialiter tamen

5 vero . . . aliquotam] utitur tantum parte aliquota *D.* 9 quatuor]
quaternarium et ter sumptus reddit senarium *D.* 15-17 dicitur . . .
sic] sit *S.* 19-20 Sunt . . . loco] *om. S.* 21 Sunt . . . to *p. 73,*
I. 27 patebit] *om. D.* 29 quas *S.*

ostenditur eorum utilitas in particione considerata in numeris. Ista vero habent nomina specialia et figuras que ad hoc opus pertinent. Sequare autem Bernellum principaliter, ubi tamen omittit aliquam vel minus explanat in nominibus et figuris inferam de libris Scolastici et aliorum. 5 Dicit igitur Bernellius in quarto libro *Sciencie Abbaci* quod ‘unitas, id est ipsa integritas, vocatur assis, cujus partes juxta proprietatem suam propriam sunt insignite vocabulis, notis eciam ad hoc excogitatis, per quas eadem vocabula exprimant ut, per discretionem nominum et notas nominibus affixas, uniuscujusque particule notis facilius teneatur’. Et habet duodecim partes que vocantur deunx, dextans, dodrans, bisse, septunx, semis, quincunx, triens, quadrans, sextans, sescuncia, uncia. ‘Hec vero ut appareant manifestius tali ordine conscribantur. Assis est qui et as dicitur 15 quique sic scribitur: ×, duodecim unciis constans. Idem eciam in ponderibus libra dicitur quod sit libera, et cuncta minora pondera includat. Deunx est et qui ciabas dicitur, quique sic scribitur: (1), qui idcirco deunx dicitur quod uncia minuitur; nam ab asse assis duodecima separatur. 20 Dextans, qui est decunx, quique sic scribitur: (2), qui ideo dextans vel decunx dicitur quia decem unciis stet vel constet. Dodrans est qui et dodras, quique sic scribitur: (3), qui sic dodrans dicitur quasi quadrante demptus. Nam tribus sublatis, novem unciis constat. Bisce est qui et bes, quique 25 sic scribitur: (4), qui sic bisse (dicitur) quasi bis triens, vel triente demptus; octo enim unciis constat. Septunx est qui et septus, quique sic scribitur: (5), qui sic septunx (dicitur) quasi septem unciis constans. Semis est qui sic

8 proprietatem] proporcionalitatem B. propriam] propriis B.
11 notis] nobis B. 16 quique] qui quia MS. et alibi. 23 qui sic]
quid sit *S* et postea 26, 28, p. 73. 1, 2, 5, 7, 10, 12.

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
deunx.	dextans.	dodrans.	bisse.	septunx.	semis.	uncia.	triens.	quadrans.
ℳ	ℳ	ℳ	ℳ	ℳ	ℳ	ℳ	ℳ	ℳ
sextans.	sescuncia.	uncia.	semuncia.	duella.	sicilicus.	seculula.	dragma.	
ℳ	ℳ	ℳ	ℳ	ℳ	ℳ	ℳ	ℳ	
(10)	(11)	(12)	(13)	(14)	(15)	(16)	(17)	

scribitur : (6), qui sic semis dicitur quasi medietas assis ; nam sex unciis constat. Quincunx est qui sic scribitur : (7) vel sic (7), qui sic quincunx dicitur quasi quinque unciis constans. Triens est qui et treas dicitur, quique et sic | S. f. 91 b r.
 5 scribitur : (8), vel sic : (8), qui sic triens (dicitur) quasi assis tercia, nam quatuor unciis constat. Quadrans est qui et quadras, quique sic scribitur : (9), vel sic : (9), qui sic quadrans dicitur quasi assis quarta ; nam tribus unciis constat. Sextans est qui et sextas, quique sic scribitur : (10), vel
 10 sic : (10), qui sic sextans dicitur quasi assis sexta ; nam duabus unciis constat. Sescuncia est qui et sexcunx, queque sic scribitur : (11), qui sic sescuncia dicitur quasi uncia et dimidia. Uncia est qui sic scribitur : (12), vel sic : (12), que idcirco uncia dicitur quod universitatem nostrorum
 15 ponderum sua unitate faciat, id est complectatur', que sunt octo, scilicet semuncia (13), duella (14), sicilicus (15), sextula (16), dragma (17), emisscecla, tremissis, scrupulus. Sed de hiis et partibus scrupuli quinque in practica Arismetica est dicendum, non enim indigemus hic majori
 20 tractatu de istis.

Capitulum secundum de speciebus majoris inequalitatis et minoris.

SED nunc dicendum est de speciebus majoris inequalitatis et minoris tocius et partis quibus utuntur magis
 25 mathematici ; nam hee species sunt communes quantitatibus continuis et discretis et proporcionibus, sicut infra patebit.

Et est quinque modis totum. (Totum) et majus ad idem redeunt ; et quinque sunt de speciebus majoris inequalitatis,
 30 id est, tocius, et quinque sunt species minoris inequalitatis, id est, partis. Inequale enim vel est totum vel pars, majus vel minus. Aliquid enim potest continere aliud pluries precise, et tunc dicitur multiplex ad illud cuius species sunt duplum, triplum, quadruplum, et sic in infinitum ; et
 35 binarius duplus est ad unitatem, et sextus est triplus ad

28 Et . . . totum.] Totum vero et pars sunt quinque modis. D. 34 et²] ut D.

binarium, et sedecem est quadruplum ad quatuor, et linea duorum pedum est dupla linee monopedali. Et proporcio sescupla est tripla proporcioni duple, et sic in omnibus speciebus sequentibus possunt per hunc modum poni exempla in continuis et discretis et proporcionibus. Unde duplum 5 in quolibet istorum est quod continet aliquod sui generis bis precise, et triplum quod ter, et sic ulterius. Unde quod

S. f. 91 b 2. hoc exemplum est in proporcionibus satis patebit | inferius post diffinicionem proporcionis capitulo *de Ductu Proporcionum*, hic tamen tangi debet quatenus percipiatur com- 10 munitas harum specierum non solum in quantitatibus omnibus sed etiam in proporcionibus.

Aut unum potest continere aliud et aliquam ejus partem, et tunc superparticulare dicitur, cuius species est sesqualterum quando continet ipsum et ejus alteram partem, ut 15 ternarius duplum ; et sexquiterium quando continet aliquid et terciam ejus partem, ut quaternarius triplum ; et sexquiquartum quando continet aliud et quartam partem, ut quinarius quartum, et sic in infinitum. Aut potest unum continere aliud et ejus alias partes, et tunc dicitur super- 20 parciens ; cuius species est superbiparciens quando continet ipsum et duas partes ut tercias, sicut quinarius continet triplum et duas ejus tercias, et vocatur tunc superbiparciens

D. f. 48 a 2. triplus per | circumlocucionem nominis, quia propria nomina in hiis deficiunt ; vel duas ejus quintas, ut septenarius 25 continet quintum, et tunc dicitur superbiparciens quintus, et sic ultra. Et supertriparciens quando continet ipsum et ejus tres partes, ut octonarius continet quintum et tres ejus quintas. Et superquadriparciens, ut nonarius continet quintum et ejus quatuor quintas, et sic in infinitum. Quando 30 vero coincidunt multiplex et superparticulare cum superparciente, tunc a prioribus proporcionibus fiet denominacio, ut senarius ad quatuor debet dici superparticulare, quia

1-12 et²... proporcionibus] om. D. 10 precipiatur S. 13 et] aut S.
 14 et . . . dicitur] om. D. 16 aliquid] ipsum D. 18 aliud] ipsum D.
 19, 22 quinarius] quintus S. 19 unum] om. S. 20 aliud] alia D.
 24 triplus] tercias D. 27 superbiparciens] superbiparciens S. 28 ejus]
 om. D. 30 et²... infinitum] om. D. 32 proporcionibus] spe-
 ciebus D. 33 senarius] sex S.

continet ipsum et ejus alteram partem; et non debet dici
 superbiparciens, licet contineat ipsum et duas ejus quartas,
 quia a simplicioribus et a paucioribus debet fieri denominacio.
 Potest vero contingere quod aliquid contineat aliud
 5 pluries et ejus aliquam partem et tunc dicitur multiplex
 superparticulare, cuius species componuntur ex speciebus
 multiplicis et speciebus superparticularis, scilicet duplum
 sesqualterum, et duplum sexquiterium, vel triplum sex-
 qualterum, et triplum sexquiterium, et sic in infinitum.
 • Ut quinarius continet duplum bis et ejus alteram partem,
 unde est ei duplex sexqualter. Et potest esse quod aliquid
 contineat aliud pluries et ejus alias partes, et tunc dicatur
 multiplex | superbiparciens, cuius species componuntur ex S. f. 92 a 1.
 speciebus multiplicis et speciebus superbiparcientis, ut duplum
 5 superbiparciens, et triplum superbiparciens, et sic de aliis.
 Unde octonarius est multiplex superbiparciens ad ternarium
 quia continet ipsum bis et duas ejus tercias, unde est ei
 duplus superbiparciens tertius. Species vero partis sumetur
 per appositionem hujus prepositionis 'sub' ad species tocius.
 • Nam dicuntur submultiplex, subsuperparticulare, subsuper-
 parciens, submultiplex subsuperparticulare, submultiplex
 subsuperparciens. Patent autem species istorum juxta
 species totorum, nam dicuntur subduplumsubsesqualte-
 rum, subsuperbiparciens, [subduplumsubsesqualterum,] sub-
 15 duplum superbiparciens, et sic in infinitum. Unde si binarius
 est duplus ad unitatem, tunc unitas est subdupla ad binarium;
 et si ternarius est sesqualter ad | binarium, tunc binarius est D. f. 48 b 1.
 subsesqualter ad ternarium, et sic de aliis. Cum igitur
 omnia que sequuntur et que considerantur in Mathematicis
 30 fundantur super hanc divisionem tocius et partis, mirum est
 quod non solum doctores vulgi sed auctores aliqui *(non)*
 ponunt hoc in suis Arismeticeis; communissima quidem
 sunt respectu omnium post divisionem assis, et ideo hic in
 principio debent merito collocari.

1 ipsum] illum S. 3 debet fieri] melior est D. 7 speciebus]
 om. D. 10 quinarius] quintus S. 11 duplex] duplus S.
 16 multiplex] numerus S. 24-5 subduplum superbiparciens] om. S.
 28 subsesqualter] sexqualter D. 28-p. 76. 2 Cum . . . ejus] om. D.

Capitulum tertium de proporcione et ejus denominacione et partibus ejus.

HIS habitis patent omnes species proporcionis note vel numeralis. Proporcio est habitudo duarum quantitatum vel proporcionum, vel comparacio vel relacio secundum 5 equalitatem vel inequalitatem. Si secundum equalitatem, tunc nota est nobis et nature et nomen habet, ut duorum binariorum proporcio est equalitas, et similiter duarum duplarum proporcionum proporcio est equalis. Proporcio vero que est secundum inequalitatem quedam est secundum 10 species jam dictas majoris inequalitatis et minoris, et hec adhuc est certa et nota nobis et nature, quoniam nominatur certa ratione et comparacione tocius ad partem, vel e converso, ut dupla, tripla, quadrupla, et e converso, et sic secundum omnes species multiplicis, aut sesqualtera, ses- 15 quitercia, et sic secundum omnes species superparticularis, aut superbiparciens, supertriparciens, et sic secundum omnes S. f. 92 a 2. species superparcientis, aut dupla sesqualtera, | dupla sesquitercia, et sic secundum omnes species multiplicis superparticularis, aut dupla superbiparciens, dupla supertriparciens, 20 et ita secundum omnes species multiplicis superparcientis, aut e converso, secundum species partis seu minoris inequalitatis. Exempla vero patent superius, et ideo non oportet ea hic cumulari, sed querantur ibi. Denominacio proporcionis est numerus denotans majoritatem precisam 25 vel minoritatem unius quantitatis ad aliam. Quantitatum dico in tali proporcione se habencium ut binarius est denominacio duple; et ubicunque est dupla proporcio major in minus numerus continet minorem bis, et sic est in aliis. Et hee proporciones reperiuntur in omnibus numeris, nam 30 omnis numerus minor aut est pars aut partes majoris, ut binarius est pars quaternarii et est due tercie ternarii; et omnes numeri communicant in unitate que est pars aliqua cujuslibet numeri, et propter hoc est comparacio certa et

3-4 note vel numeralis] *om. D.* 5 vel proporcionum] *om. D.*
 8 equalitas] *equalis S.* 8-9 et . . . equalis] *om. D.* 12 adhuc]
om. D. 19 sic] *ita S.* 24-9 sed . . . aliis] *om. D.* 32 post
 due] *partes scilicet due add. D.*

nota inter quoslibet numeros, et potest nominari secundum equalitatem vel secundum aliquam speciem majoris inequalitatis aut minoris. Et sicut hee proporciones recipiuntur in numeris omnibus et in aliquibus quantitatibus continuis,
 5 scilicet illis que assimilantur numeris, sicut eciā in seipsis simpliciter consideratis possunt inveniri. Nam sicut binarius est duplus ad unitatem et linee unius pedis est dupla linea duorum pedum, sic proporcio est dupla proporcioni simple vel equalitati, quia duplex est bis simpla. Et sic intelligendum est in omnibus speciebus proporcionum jam dictis.
 Nec est de hoc mirandum, scilicet quod proporcio sit inter proporciones, nam sicut una quantitas excedit aliam, ut quaternarius binarium, sic una proporcio excedit aliam, ut quadrupla duplam; et sicut quaternarius est binarius
 15 duplicatus, sic proporcio quadrupla est dupla duplicata. Hic igitur adducendum quod proporcionem aliquam se haberi in aliqua specie majoris inequalitatis; ad quam dicimus, cum suus denominator ad denominacionem alterius in aliqua istarum specierum se habuerit, ut dicimus triplam
 20 se habere ad duplam in proporcione sesqualtera, et ternarius ad binarium in tali proporcione invenitur, qui sunt denominatores dictarum proporcionum, et sic in ceteris intelligendum est. Similiter proporcionem se habere ad aliam in aliqua specie minoris inequalitatis in suum denominatorem;
 25 sic se habere ad denominatorem alterius, quod patet per S. f. 92 b 1. exemplum convertendo terminos predictos in numeris, licet contingat in aliquibus quod pars minor est vel partes majoris.

Propter quod philosophi qui certitudinem quesierunt in D. f. 48 b 2.
 30 quantitatibus continuis posuerunt secundum institutionem suam et usum aliquod indivisible, non secundum naturam set secundum potestatem et secundum sensum, quod assimiletur unitati in numeris, quod aliquociens sumptum reddat

3-28 Et sicut . . . majoris.] Set in quantitatibus continuis aliud est, nam continua quantitas dividitur in infinitum secundum suam naturam, nec habet ex se aliquem indivisibilem ad quem est status, sicut numerus habet unitatem. Et ideo non omnis quantitas est pars vel partes majoris nec communicant in aliquo indivisibili naturaliter, nec hec potest nobis esse certum sicut in numeris, licet contingat in aliquibus. D.

omnem quantitatem continuam de qua debet esse certitudo nostra; per quod indivisible accidit ut omnis quantitas minor certa sit pars vel partes majoris certificate, sicut accidit in numeris. Et philosophi latini concordaverunt quod granum ordei sit illud minimum, quod quater sumptum facit digitum,⁵ et digitus aliquociens sumptus facit palmam, et palma aliquociens sumpta facit pedem, et pes cubitum, et cubitus passum, et sic ultra usque ad perticam et stadium et miliare et leucam.

De hiis vero sic scribit Alardus Batoniensis in *edicione 10 speciali super librum Elementorum Euclidis* dicens: 'Excercitacionis geometrici geometricalia instrumenta sunt mensure geometricae, scilicet pertica cum palma, digitus, pes, passus et ulna. Istis sex adde duo cum stadio miliare.' Vel secundum Ge(r)bertum, 'digitus, uncia, palmus, sexstilis,¹⁵ que est dodrans, pes, et laterculus, cubitus, gradus, passus, pertica vel decempeda, actus minimus, clima, porta, actus quadratus vel agripennus, jugerum vel jugum vel centuria, stadium, miliare, leuca age. Digitus continet quatuor grana ordei in longitudine continuatim disposita, dictus digitus²⁰ geometricus ad differenciam singulorum qui diversi diversarum quantitatum sunt. Uncia continet digitum et terciam partem digitii. Palmus quatuor digitos et uncias tres. Sexstilis digitos duodecim et uncias novem, palmos tres. Pes digitos sedecim' et cetera.²⁵

Assignatis enim totalibus mensuris facile est parciales committere. Laterculus, dictus a latere indeclinabili, habet in latitudine pedem unum in longitudine pedem unum et deuncem ejus. Cubitus pedem unum et semissem; gradus cubitos duos. Gradus passum unum et bisse; pertica passus³⁰ duos. Actus minimus superficialis est habens in latitudine pedes quatuor in longitudine quadraginta. Clima quoque S. f. 92 b 2. superficiale | est habens utrimque pedes quadraginta. Porta similiter in longitudine quadraginta in latitudine triginta.

⁵ illud] istud D. quater sumptum] aliquociens sumptus S. 8 ultra]
utraque S. stadium et] standum ad S. 10-p. 79. 10 De hiis . . . dimidi-
dium.] Et ceteras mensuras geometricas de quibus certificandum est in
Practica Geometrie. D. 29 deuncem ejus] demittere S.

Actus quadratus, qui et agripennus, undique habet perticas duodecim. Juger duobus agripennis conficitur, habens in longitudine perticas viginti quatuor in latitudine perticas duodecim. Cujus quarta pars dicitur tabula, continens 5 perticas confractas id est palmas et superficiales septuaginta duo. Centuria continet jugera ducenta, licet eiam solet derogari tam longitudini quam latitudini dummodo summa continue reintegretur in constrato. Stadium passus 125; miliarium stadia octo; leuca miliarium unum et 10 dimidium.

In hujusmodi autem mensuris minor est semper pars vel partes majoris, et omnes communicant in grano ordei, sicut unum in unitate. Et hee quantitates continue dicuntur racionales largo nomine quia de hiis possumus raciocinari 15 et certificari, et sic omnes numeri sunt racionales largo modo. Qualiter tamen intelligendum sit certius de quantitatibus rationalibus patebit magis inferius suo loco. Item, dicuntur largo modo commensurabiles quia communicant in grano ordei sicut numeri in unitate, et quia minor est 20 pars vel partes majoris sicut in numeris. In hiis igitur quantitatibus continuis sic positis secundum mensuras notas est proporcio certa et nota secundum equalitatem vel secundum species majoris inequalitatis vel minoris. Sed in aliis quantitatibus que non mensurantur nec dominantur ab 25 aliqua istarum mensurarum, nec cum dictis communicant in hujusmodi certis mensuris, nec in aliquibus mensuris sic positis, non est proporcio certa nec nota nobis nec nomine ut inter latus quadrati et dyametrum ejus. Nam si latus sit aliquod digitorum, diameter nullorum erit. Unde nullam 30 habent communem mensuram, sicut vulgatum est apud philosophos, quod diameter est coste assimiter quasi lateri incommensurabilis, hoc est, non habet aliquam communem mensuram | geometricam; et ideo si una est rationalis alia D. f. 49 a 1. est irrationalis quantum ad genera mensurarum secundum

11 semper] *om. S.* 13 unum] numeri *D.* dicuntur] sunt *S.*
 14 hiis] *eis D.* 17 Item] *Et D.* 19 quia] *om. D.* 26 certis]
om. D. 26-7 nec . . . positis] *om. D.* 27 nomine] nature *D.*
 28 ut] *nec S.* 29 aliquod] aliquot *D.* 31 quasi] id est *D.*
 32 communem] *om. S.*

S. f. 93 a 1. quas una dicatur racionalis. In hujusmodi igitur quantitatibus non est proporcio certa et nota nobis nec nomine, quia non potest nominari secundum equalitatem nec secundum aliquam speciem majoris inequalitatis vel minoris. Et tamen est proporcio, licet non nominanda in speciali, quia 5 una est major alia vero minor, nec ideo proporcio non est, ut demonstrabitur suo loco. Set quantum sit una major alia non potest dici.

Addiscentibus igitur quintum Euclidis magna accidit difficultas, quoniam ante diffinicionem proporcionis non ponuntur species majoris inequalitatis et minoris, cum proporcionum racio non pateat nisi in illis speciebus, quia eciam non exprimitur que est certa proporcio in numeris et continuis secundum modum jam dictum de inveniendo indivisiibili secundum potestatem nostram in continuis sicut per 15 naturam est in discretis. Ut racio proporcionum intelligatur uniformiter in continuis et discretis non modica difficultas in exposicione diffinicionis proporcionis involvit addiscentes, et similiter capitulo sequenti ut in eo patebit et similiter in omnibus que sequuntur. 20

Capitulum quartum de proporcione divisa secundum Geometriam, Arismetikam, et Musicam: et excluduntur cum hiis duo errores.

DE proporcionalitate dicendum est quod ipsa est habitudo proporcionum vel melius similitudo, sicut proporcio 25 est habitudo quantitatum, ut dicitur esse eadem habitudo inter 8 et 4, et inter 4 et 2, quoniam dupla proporcio est utrobique. Et eadem est habitudo inter 4 et 3 et 2, quantum ad differenciam, quoniam unitas est differencia utrobique. Et dicitur esse eadem proporcio inter octu- 30 plam et quadruplam que est inter quadruplam et duplam, quia dupla est utrobique. Et eadem est proporcio inter

2 et] nec D. nomine] nature D. 3 non] nec D. 5 quia] quoniam D. 6 vero] vel D. nec] et D. non] om. D.
 9-23 Addiscentibus . . . errores.] om. D. 24 ipsa] illa D. 25 vel . . . similitudo] om. S. 26 habitudo²] proporcio S. 29 quoniam] quia D. 30-p. 81. 4 Et . . . simplam.] om. D.

quadruplam et triplam et duplam quoad differentiam vel excessum, quia simpla est diferencia. Unde quadrupla excedit triplam in simplam, et tripla excedit duplam in simplam. Potest autem tribus modis variari proporcionalitas, nam habitudo proporcionum terminorum datorum per ordinem potest esse secundum equalitatem plenam, vel secundum species majoris inequalitatis et minoris, scilicet penes rationem integri et fraccionis, vel secundum inequalitatem absolutam; ut si accipiamus tres quantitates equales,
 5 scilicet tres binarios, patet quod que est proporcio primi ad secundum eadem est secundi ad tertium | et hoc secundum S. f. 93 a 2. plenam equalitatem. Similiter intellige in tribus duplis, vel potest esse secundum aliquam speciem inequalitatis, et hoc secundum integrum, ut in multiplicitatibus, ut que est proporcio octo ad quatuor, eadem est quatuor ad duo; nam dupla est, quia integre bis continetur quatuor ab octo et duo ab quatuor, et eadem est proporcio octuple ad quadruplam;
 10 vel secundum genus fraccionis, ut in superparticularibus et superparcientibus, ut que est proporcio 6 ad 4 est 3
 15 ad 2, quoniam sexquialter, et in superparcientibus, ut que est proporcio quinarii ad tres eadem est denarii ad sex, quoniam superbiparciens tercias, et sic potest fieri in multipli superparticulari, et in multipli superparcente, et in speciebus omnibus minoris inequalitatis. Et in proporcione
 20 nibus similiter, ut que est proporcio quintuple ad triplam eadem est decupla ad sextuplam, et sic intelligimus hoc totum capitulum in proporcionibus, adeo bene sicut in quantitatibus per modum hic positum, denominando proporciones a numeris. Et sic hee proporcionalitates vel medietates
 25 sunt communes quantitatibus et proporcionibus. Et iterum posset esse ubi neque est equalitas nec aliqua species dicta, set solum secundum inequalitatem absolutam non descendendo ad aliquam speciem, sicut | in quantitatibus que non D. f. 49 a 2. communicant in aliqua mensura nota, inter quas non est
 30 proporcio nota, licet sit proporcio, ut si sumatur diameter
 35

12 Similiter . . . duplis] om. D.

17 et . . . quadruplam] om. D.

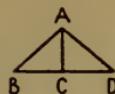
19-20 ut . . . sexquialter] om. S.

24-30 Et . . . proporcionibus] om. D.

31 ubi neque] ut non S.

et costa et tercia linea eis conjuncta in proporcione sicut bene

possibile est, ut sunt hic diameter



et latus AB et

semidiameter AC , sicut ex octava sexti *Elementorum* Euclidis manifestum est, et inferius declarabitur. Si igitur inter terminos datos sit eadem denominacio proporcionis penes equalitatem vel penes aliquam speciem majoris inequalitys, vel in universalis penes inequalitym absolutam, tunc est primus modus proporcionis, et dicitur Geometrica, quia in rebus geometricis sunt quantitates in quibus potest esse omnis talis proporcio tam nota quam ignota, sed in aliis rebus non potest esse, ut in numeris, sed solum nota. Secundus modus proporcionalitatis est quando est similitudo proporcionum inter terminos datos penes quantitatem excessus, vel penes differenciam inter eos, quod idem est, ut in ordine numerorum naturali, incipiendo ab unitate vel binario usque in infinitum. Nam ternarius excedit binarium in unitate, et quartarius ternarium in unitate, et quinarius quartarium in unitate, et sic de omnibus numeris immediate positis, et hec ab omnibus vocatur proporcionalitas arithmetica, quia est in rebus arithmeticis, scilicet in numeris

S. f. 93 b r. naturaliter | et non in aliis nisi assimilentur numeris, ut in duobus granis et tribus et quatuor, et quinque, et sic ulterius, secundum mensuras geometricas. Et quoniam ita est secundum omnes, tunc patet quod proporcio non solum attenditur penes denominacionem secundum equalitatem aut inequalitym, ut prius habitum est, sed secundum convenienciam quantitatis excessus sive differencie terminorum, licet vulgus in hoc erret. Nam secundum Euclidem et secundum omnes, proporcionalitas est similitudo (vel habitudo) proporcionum, sed arithmetica proporcionalitas est vera proporcionalitas, ergo est similitudo proporcionum; sed non est secundum similitudinem denominacionis ut geometrica,

¹ proporcione] proporcionalitate D . ^{5, 8} proporcionis] proporcionalitatis D . ⁹ sunt . . . quibus] quo sunt quantitates continue D .
¹⁵ ab unitate vel] om. D . ²¹ nisi] non D . ²⁷ sive] due D .
²⁸ licet . . . erret] om. D .

ergo similitudo sua consistit in idem pitate differentie. Quapropter similitudo proporcionum est penes idem pitatem differentie, sicut per eandem denominacionem dictis modis. Et in hoc consentit Boetius in *Arismetica*. Ceterum quater- D. f. 49 b 1.
 5 narius excedit ternarium in unitate, et illa unitas est tercia ternarii, ergo quaternarius comparabitur ad ternarium dupliciter, scilicet in quantitate excessus et in tercia parte ternarii. Set proporcio est comparacio quantitatum, qua-
 10 propter non solum dicetur proporcio quatuor ad ternarium propter terciam partem, sed quoad excessus quantitatem, et primo quia comparacio eorum penes excessum est prima. Et ideo secundum auctores et secundum veritatem debemus dicere quod proporcio est inter quatuor et tria dupliciter,
 15 una secundum quantitatem excessus et alia secundum genus fraccionis, licet vulgus proporcionem vocet que est penes denominacionem equalitatis vel inequalitatis.

Tertia proporcionalitas est quando eadem est comparacio terminorum extremorum et differenciarum, ut inter sex, quatuor, et tres, dupla est proporcio sex ad ternarium, et
 20 similiter inter binarium et unitatem, binarius est diferencia sex ad quatuor, et unitas est diferencia quatuor ad ternarium. Et hec vocatur musica proporcionalitas, quia est in consonanciis et armoniis musicis, que sunt diapente et diapason et ceteris, ut Boetius dicit, et ideo sic vocatur.

25 Et hic considerandum quod hee tres proporcionalitates sunt medietates et secundum Boetium et Jordanum in *Aris- metica* et secundum Alardum Batonensem in exposicione *quinti Elementorum* Euclidis quam tradidit, non in *Com- mento* sed in *edicione speciali* quamvis vulgus hoc ignoret.
 30 Et dicuntur medietates quia stantibus eisdem extremis et medio variato nascuntur, ut quadraginta et decem ponatur igitur medium viginti; planum est quod geometrica medietas exsurgat, quoniam dupla proporcio est hinc inde. Si vero ponatur viginti-quinque, planum est quod diferencia est

2-3 Quapropter . . . differentie] om. S. 4-5 quaternarius] quartus
 S. 5 tercia] 2^a. S. 23 et armoniis] om. D. 23-4 que . . .
 ceteris] om. S. 24 ut . . . vocatur] om. D. 26 et¹] nam idem est
 proporcionalitas et medietas D. 29 quamvis . . . ignoret] om. D.
 32 medietas] proporcionalitas D.

eadem, scilicet quindecim, inter primum et secundum et inter secundum et tertium, et ideo est arismetica medietas. |

S. f. 93 b 2. Si vero ponatur sedecim, tunc est musica, quia quadraginta ad decem est quadrupla proporcio. Similiter vero inter differencias que sunt viginti-quatuor et sex; et quantitates 5 vel proporciones secundum aliquam istarum duarum proporciorum se habentes dicuntur proporcionales ut octo, quatuor, duo, et octo, quatuor, et tres. Sed Euclides in quinto *Elementorum* non prosecutus est conclusiones arismetice et musice medietatis, sed tantum geometrice, ut 10 dicit Alardus, quia geometrice sufficient ad constituendum

D. f. 49 b 2. scienciam magnam et | volumen grande, et ideo separavit conclusiones geometrice medietatis in volumine proprio, et forsan de aliis determinavit suis locis, vel posterioribus reliquit indagandas. Principia tamen quinti libri sunt 15 communia conclusionibus omnium medietatum. Cum igitur proporcionalitas sit hiis tribus modis qui sunt communes multis aliis, necesse est quod inter Communia Mathematicae collocentur. Ceterum cum diffinicio proporcionalitatis sit communis hiis tribus non potest exponi secundum sua(m) 20 communitate(m) in una specie ejus, ne crederetur quod solummodo esset illa species et non alia. Et ideo debuit Euclides, aut saltem expositores ejus, descendere ad has tres species in exposicione diffinitionis proporcionalitatis, et ideo volui hic eas explanare.

25

Distinccio secunda de divisione proporcionalitatis penes continuam et discontinuam, et de proporcionalitate, et de quantitatibus in proporcionibus, excusans ab exposicione quorundam, et habet capitula quatuor.

Primum capitulum est de divisione proporcionalitatis 30 secundum continuam et discontinuam, et de exposicione verborum Euclidis circa eam.

NUNC dicendum est de alia divisione proporcionalitatum, scilicet secundum continuam et discontinuam. Continua

3 quia] nam D. 4 Similiter] Simpliciter S. 5-8 et² . . . tres] om. D. 11 Alardus] Aliardus S. 33 dicendum] igitur accendendum D. 34 discontinuam.] discontinuam et alias consequentes. D.

dicitur esse inter tres terminos ad minus, et inter res ejusdem generis, et ubi medius terminus accipitur ut consequens ad primum et ut antecedens ad tertium. Unde hic considerandum quod tam continua proporcionalitas quam discontinua communis est quantitatibus continuis et discretis et proporcionalibus. Res ejusdem generis sunt, ut linee ad invicem vel numeri ad invicem, superficies invicem, vel corpora, vel tempora, vel proporciones ad invicem. Res vero diversorum generum sunt, ut linee et superficies et materia et proporciones et hujusmodi ad invicem comparata. Quando igitur dicitur sic: 'que est proporcio *A* ad *B* eadem *B* ad *C*', tunc est continua proporcionalitas, quia *B* continuatur cum *A* et *C*, ut que est | proporcio octo ad *S. f. 94 a 1.* quatuor eadem est quatuor ad duo. Et in proporcionalibus sicut se habet octupla ad quadruplam sic quadrupla ad duplam. Unde in primo exemplo *A* et *B* et *C* conveniunt continua et discretis et proporcionalibus. Et quando discontinuatur medium ab extremis et fiunt quatuor termini ad minus, tunc est discontinua proporcionalitas, ut sicut *A* ad *B* sic *C* ad *D*. Et intelligantur hii termini convenire continua et discretis et proporcionalibus; exemplum hujus patet in numeris dicendo, sicut se habet quatuor ad duo et sic sex ad tres. Sex enim non continuatur cum quatuor et duobus, sed dirumpitur continuacio vel renovacio. Exemplum in proporcionalibus patet justa exemplum in numeris accidendo, scilicet proporciones devolutas a numeris illis sic dicendo: 'sicud se habet quadrupla ad duplam sic sescupla ad triplam', et sic intelligatur hic et ubique. Et hec proporcionalitas potest esse inter res ejusdem generis, ut nunc exemplificatum est in numeris, et inter res diversorum generum, ut sicut se habet binarius ad unitatem sic linea duorum pedum ad lineam unius pedis. Euclides vero in

3-6 Unde . . . proporcionalibus.] *om. D.*

6 Res] Et res *D.*

7 vel . . . invicem] *om. D.*

8 vel proporciones ad invicem] *om. D.*

10 materia] numeri *D.*

proporciones et] *om. D.*

14-17 Et . . .

proporcionalibus.] *om. D.*

17 Et] Set *D.*

19-22 ut . . . dicendo]

om. D.

23 Sex] Sextarius *D.*

24 vel] et fit extremorum novorum *D.*

24-8 Exemplum . . . ubique.] *om. D.*

28-9 proporcionalitas]

om. D.

30 exemplificatum] explanatum *S.*

32-p. 90. 32 only in *S.*

hoc loco non utitur hiis verbis planis in suis diffinicionibus sed obscuris valde, circa quorum exposicionem fiunt magni tractatus, sed quia nulla utilitas est, ut inferius patebit, ideo transmitto curiosos ad superfluas exposiciones. Et breviter in exemplis aperio intencionem Alardi Batoniensis 5 in *edicione speciali*. Dicit enim Euclides, ‘quantitates que dicuntur proporcionem continuam habere sunt quarum equemultiplicia aut equalia sunt, aut ea que sine interrupcione addunt vel minuunt.’ Accipiam igitur tres binarios et equemultiplicia equalia adinvicem et sic patet prima 10 pars diffinicionis ut 4.4.4. ad 2.2.2, hic tres quaternarii sunt equemultiplices ad tres binarios quoniam dupli, et iterum eales adinvicem accipiuntur. Et patet quod tres binarii sunt continue proporcionalitatem secundum equalitatem. Si vero accipiems octo, quatuor, duo, et eorum 15 equemultiplicia [quoniam] dupla, ut sunt sedecim, octo, quatuor, patet quod incipiendo ad 16 comparando illa ad S. f. 94 a 2. octo, et octo | ad quatuor et quatuor ad duos, ista sine interrupcione addunt super se, scilicet quantum ad denominacionem proporcionis, non quantum ad quantitatem excessus 20 in hoc exemplo. Nam sicut est dupla proporcio inter sedecim et octo, ita inter octo et quatuor, et inter quatuor et duo, quoniam addito in geometrica proporcionalitate continua erit per similem denominacionem; et similiter in musica, licet differenter; sed in arismetica penes quantita- 25 tem excessus sive penes idemppitatem differencie, ut patet ex predictis. Sed continua proporcionalitas potest esse in arismetica medietate et in musica, sicut in geometrica, ut patet in exemplis, et Boetius hoc edocet in *Arismetica*. Si vero incipiatur a minoribus terminis, ut a quatuor per 30 octo in sedecim, tunc patet quod hec equemultiplicia sine interrupcione minuunt adinvicem, scilicet secundum proporcionem quantum ad consimilem denominacionem proporcionis, non quantum ad quantitatem excessus, quia subdupla proporcio est quatuor ad octo, et talis est octo ad sedecim, 35 propter quod iste quantitates proporcionate, scilicet octo, quatuor, duo, sunt continue proporcionales, unde sensus

ii ad] i. MS. tres quaternarii] duo ternarii MS. 30 accipiatur MS.

diffinicionis est quod 'ille quantitates sunt continue proporcionales quarum equemultiplicia sunt continue proporcionales', et hec diffinicio non solum est in proporcionalitate geometrie set arismetica et musica. Nam si accipientur iste quantitates quatuor, tres, duo, et eorum equemultiplicia [quoniam] dupla ut octo, sex, quatuor, patet quod eadem est quantitas excessus in additione incipiendo ab octo et eadem quantitas diminucionis incipiendo a quatuor. Sicut enim octo addit super sex ipsum binarium, sic sex super quatuor, et sicut quatuor diminuit a sex binarium, sic sex ab octo, et sic secundum equalitatem potest intelligi hic. Nam si respectu trium duorum sumantur tres quaternarii, nulla quantitas excessus est inter equemultiplicia sed equalitas, et similiter de binariis tribus, et sic patent exempla in musica proporcione continua, ut propositis hiis quantitatibus sex, quatuor, tres, accipientur eorum equemultiplicia, scilicet duodecim, octo, sex. Hec igitur est eadem proporcio terminorum extremonum et differenciarum. Et sicut hec multiplicia addunt adinvicem secundum proporcionalitatem musicam, sic quantitates proporcionate, et hoc si a majoribus incipiatur et e converso est diminucio si a minoribus incipiatur, et hec diminucio et addicio intelligenda sunt secundum rationem hujus proporcionalitatis musice sicut | in multiplibus geometricalibus intelligende sunt secundum proporciones geometricam et in multiplicibus aristicis secundum aristicam.

S. f. 94 b r.

Capitulum secundum de discontinua proporcionalitate.

DISCONTINUAM vero proporcionalitatem describit Euclides sub hiis verbis: 'quantitates que dicuntur esse secundum proporciones unam prima ad secundam et tercia ad quartam sunt quarum prime et tercie multitudines eaeles multitudinibus secunde et quarte equalibus sunt similes' in additione diminuzione et equalitate eodem ordine sumptibus. Unde intencio diffinicionis est quod sumptis equemultiplicibus ad primam et terciam et iterum equemultiplicibus ad

secundam et quartam, tunc si multiplex prime se habet ad multiplex secunde sicud multiplex tercie ad multiplex quarte, eadem est proporcio prime ad secundam et tercie ad quartam. Et conversa diffinicionis stat in hac consequencia: si proporcio prime ad secundam est sicut tercie ad quartam tunc multiplex prime se habet ad multiplex secunde sicut multiplex tercie ad multiplex quarte. Hoc 5 ideo dixi quia Euclides in sequentibus aliquando utitur diffinicione, aliquando conversa diffinicionis. Exempla de equalitate ponunt in hiis terminis; patet enim quod multiplex primi se habet ad multiplex secundi sicut multiplex terci ad multiplex quarti, quoniam equalitas est utrobique, ergo quantitates quatuor propositae sunt discontinue proporcionales. Exempla de addicione et diminuzione sunt ista: si enim a superioribus ad inferiora descendamus, 15 patet quod multiplex primi est sexquintuplum ad multiplex secundi et multiplex terci est sexquintuplum ad multiplex quarti, quantitates hee quatuor proporcionate sunt discontinue proporcionales. Et si ab inferioribus ad superiora ascendamus, patet quod ibi est uniformis diminu- 20 cione, quoniam est proporcio subsesquetercia multiplicatis secunde ad multiplex prime, sicut multiplicatis quarte ad multiplex tercie. Et similiter est de arismetica proporcionalitate, nam positis hiis quantitatibus, quatuor, tres, sex, quinque, et accipiantur equemultiplicia ut octo, sex, duo- 25 decim, decem, patet quod incipiendo a prioribus multiplex primi addit super multiplex secundi sicut multiplex terci super multiplex quarti secundum addicionem que requiritur S. f. 94 b 2. in arismetica medietate. Et similiter accidit in | diminuzione si a posterioribus. Et si semper equemultiplicia accipiantur 30 omnium quatuor, verificatur dictum Euclidis in arismetica proporcionalitate, nec oportet sumere equemultiplicia primi et terci tripla ad secundum et quartum diversa ab equemultiplicibus secundi et quarti, ut si dupla accipiantur respectu primi et terci, et tripla respectu secundi et quarti, 35 nam hoc non requirit diffinicio; ut patet si proponantur quantitates hee, quatuor, tres, sex, quinque, et sumatur

¹ secundam] terciam MS.

dupla ad primam et terciam, ut octo respectu primi et
 duodecim respectu tertii, et tripla accipiatur respectu alio-
 rum, ut novem respectu secundi et quindecim respectu
 quarti, patet quod non est eadem differencia inter multiplex
 5 primi et secundi que est inter multiplex tertii et multiplex
 quarti, nam inter multiplex primi et multiplex secundi est
 unitas sed inter alia est tres. Et ideo aliter quandoque
 oportet uti hac diffinizione in arismetica proporcionalitate
 et aliquando aliter in geometrica. Musica autem utitur
 10 illa sed aliter, nam si accipientur quatuor quantitates de
 quibus scire volo aut sint continue proporcionales secundum
 hanc medietatem, sex, tres, duodecim, sex, accipiam eque-
 multiplicia ad primum et tertium, scilicet ad sex et duo-
 decim, et sint dupla ut respectu primi duodecim, respectu
 15 tertii vigintiquatuor, et respectu secundi et quarti sumantur
 equemultiplicia, ut dupla primo sicut respectu secundi sex,
 et respectu quarti duodecim; patet quod in addendo duo-
 decim se habet ad sex sicut multiplex primi ad multiplex
 secundi, sicut multiplex tertii ad multiplex quarti, ut scili-
 20 cet vigintiquatuor ad duodecim. Et hoc idem exemplum
 quantum ad proporcionis denominacionem erit e converso
 dividendo, et erunt quantitates propositae in continua pro-
 porcionales secundum medietatem musicam si ponantur
 media conveniencia, ut inter sex et tres ponantur quatuor,
 25 et inter duodecim et sex ponantur octo, nam eadem est
 proporcio extreborum et differenciarum, ut patet. Et
 similiter erit medietas hec inter equemultiplicia sumpta ut
 scilicet hoc sit verum quod multiplicia possunt habere
 medium secundum hanc proporcionalitatem sicut quanti-
 30 tates proporcioneate, nam ponatur octo inter multiplex
 primi et multiplex secundi, scilicet inter duodecim et sex;
 similiter ponantur sedecim inter vigintiquatuor et duo-
 decim; et erit hec | medietas, nam eadem est proporcio S. f. 95 a 1.
 extreborum. Similiter etiam si sumatur tripla omnium
 35 quantitatum propositarum et quadrupla, et sic in infinitum,
 ita quod semper equemultiplicia sumantur omnium. Nam
 hec equemultiplicia similiter addunt vel minuunt, et habe-
 bunt hanc medietatem posito medio debito sicut quantitates

proporionate, ut in uno exemplo sit manifestum pro infinitis. Sicut quantitates proporionate ut prius sex tres, duodecim sex, et sumantur tripla ut ad primum octodecim, ad tertium triginta sex, ad secundum novem et ad quartum octodecim: patet enim quod sicut se habet octodecim ad 5 novem in dupla proporcione sic se habet triginta sex ad octodecim, et erunt ista multiplicita ex utraque parte ordinanda secundum hanc medietatem. Nam ponam inter octodecim et novem duodecim, et diferencia inter octodecim et duodecim est sex, et diferencia inter duodecim et 10 novem est tres, inter quas differencias est dupla proporcio ut patet, sicut inter extrema que differencias sunt octodecim et novem. Eodem modo inter triginta sex et octodecim ponam vigintiquatuor, et erit eadem proporcio extremorum et differenciarum, ut patet. Sed si ad primum et tertium 15 sumantur equemultiplicita, ut dupla, et ad secundum et quartum equemultiplicita alia in proporcione ut tripla, tunc erit addicio et diminucio hinc inde secundum formam numerorum Euclidis. Et hoc sufficit pro intencione sua. Sed non accidit medietas musica inter ipsa equemultiplicitia, ut 20 propositis quantitatibus istis, sex, tres, duodecim, sex, et sumantur dupla ad primum et tertium, scilicet duodecim respectu primi et vigintiquatuor respectu tertii, et triplum secundi ut novem et triplum quarti, scilicet octodecim, patet quod sicut duodecim addit in proporcione sexqui- 25 tercia respectu novenarii sic vigintiquatuor respectu octodecim, et e converso diminuendo. Sed nullum medium proporcionale secundum musicam medietatem est inter duodecim et novem, nec inter vigintiquatuor et octodecim.

Capitulum tertium de inproporcionalitate et de quantitatibus inproporcionalibus.

CONSIDERANDUM vero diligenter de inproporcionalitate et quantitatibus inproporcionalibus simul cum proporcionibus, et primo de inproporcionalitate duarum que opponuntur

4 triginta sex] 16 S. 21 sex . . . sex] 6. 12. 3. 6. S. 34-p. 91. 2
et primo . . . proporcionalitati.] om. D.

proporcioni, secundo de inproporcionalitate plurium que
 opponitur | proporcionalitat[i]. Vulgus vero mathemati- *S. f. 95 a 2.*
 corum dicit quod proporciones sunt similes vel eadem, aut
 dissimiles et diverse. Similes vero dicuntur vel eadem que
 5 habent similem vel eandem denominacionem, ut due equales
 proporciones denominantur ab equalitate, vel due duple
 a duplicitate vel binario, due triple a triplicitate et ternario.
 Tales enim proporciones sunt similes vel eadem, scilicet
 in specie, et sic secundum alias denominaciones secundum
 10 ceteras species majoris inequalitatis vel minoris. Set istud
 non sufficit cum prius ostensum sit quod proporcio consistit
 penes quantitatem excessus sicut penes equalitatem vel
 inequalitatem, ergo similes sunt proporciones inter tertium
 et quartum et inter tertium et secundum, scilicet | penes *D. f. 50 a 1.*
 15 quantitatem excessus. Et dicunt quod dissimiles sunt
 quando diversam habent denominacionem, ut una sit major
 et altera minor, ut dupla et tripla habent diversas de-
 nominaciones; sed similiter deberent dicere quod diverse
 sunt et dissimiles, quia habent diversam quantitatem exces-
 20 sus, ut inter sextarium et quaternarium et inter quaternarium
 et trinarium, quia primorum quantitas excessus est binarius,
 secundorum est unitas. Est igitur eadem proporcio vel
 similis, que habet eandem vel similem denominacionem vel
 quantitatem excessus eandem vel similem; diversa vel dis-
 25 similis est que habet diversam quantitatem excessus, vel
 diversam denominacionem. Sed cum dicunt quod major
 proporcio est que habet majorem denominacionem, et minor
 que habet minorem, ut tripla est major quam dupla, hoc in
 multiplicibus verum est, sed in aliis non oportet, immo
 30 multipliciter hoc fallit, sicut eciam Alardus Batonensis in
edicione speciali. Nam sexqualtera major est quam ses-
 quitercia, et tamen a minore numero denominatur sesqui-
 alterum quoniam a binario, et sesquitercium a ternario, et
 sexquitercium in proporcionibus est majus quam sexqui-
 35 quartum, et sic ulterius. Et sic in superparcientibus, nam

8 enim] igitur *D.* 11 sit] est *D.* 16 una] om. *S.* 19 quia]
 que *D.* 24 eandem vel similem] om. *S.* 25 diversam] diversi-
 tatem *D.*

major proporcio est superbiparciens tercias quam superbiparciens quintas, unde major est proporcio quinarii ad ternarium quam septenarii ad quinariū, quia due tercie sunt plus quam due quinte. Et major proporcio est superbiparciens tercias que est inter quinariū et ternarium quam supertriparciens quintas que est inter octonarium et quinariū, et due tercie sunt plus quam tres quinte ejusdem rei, ut due tercie de quindecim sunt quinque et quinque,

S. f. 95 b 1. que | faciunt decem, sed tres quinte sunt tres ternarii que faciunt novem. Et eodem modo dicit esse in multiplicitate superparticulari et in multiplicitate superparciente. Si tamen in eodem genere fiat computatio vel comparatio secundum tocius quantitatem non secundum partis denominacionem, ut major est dupla sexqualtera quam dupla sexquitercia, et tamen minor est denominacio in dupla sexqualtera quam

D. f. 50 a 2. in dupla | sexquitercia, et major est differencia superbiparciens tercias quam dupla superbiparciens quintas, vel eciām quam dupla supertriparciens quintas, ut patet ex predictis. Et hoc docet in submultiplicibus, licet teneat, nam dicit quod universaliter major est proporcio quando 'dux pluries continet comitem', vel plus de comite. 'Dux' vocatur primus terminus, 'comes' est secundus, set in subdupla dux plus continet de comite quam in subtripla, ut binarius plus continet de quatuor quam de sex, et tamen subtriplum a majori numero nominatur. Et illud manifestum est ex octava quinti *Elementorum*, ex qua patet quod si una quantitas ad duas majores inequaes comparetur, ut binarius ad quaternarium et sextarium, ad majorem illarum habebit minorem proporcionem et ad minorem vero habebit proporcionem majorem, ut dicit Euclides. Et sic patet de ratione majoris proporcionis et minoris inter quaslibet duas quantitates, et de inproporcionalitate que

3 ternarium] quinariū D. 6 quintas] om. S. 7 et] quia D.

12 vel comparatio] om. D. 15 in] inter D. 16-17 differencia . . .

quam] om. S. 17-18 vel . . . quintas] om. S. 19 licet teneat]

om. S. 29-30 vero habebit] obtinebit S. 30 post Euclides] Item

similiter deberent diffinire majorem proporcionem et minorem per comparacionem ad majorem quantitatem et minorem, set nichil de hoc tangunt. D.

30-p. 93. 38 Et sic . . . incontinua.] om. D.

opponitur proporcioni. Nunc parum dicendum est de inproporcionalitate que respondet proporcionalitati, et ibi nulla vis est secundum veritatem, licet secundum formam verborum Euclidis sit magna difficultas. Dico igitur quod
 5 inproporcionalitas est duplex, scilicet major et minor, et utraque est duplex. Nam potest considerari penes dissimilitudinem denominacionum proporciorum, scilicet diversitatem differenciarum. Major vero proporcionalitas secundum dissimilitudinem denominacionum potest esse
 10 geometrice vel musice, quia illa que est differenciarum pertinet ad arismeticalm, et hec major potest esse opposita continue proporcionalitati vel discontinue, et sic minor inproporcionalitas multipliciter. Minor igitur inproporcionalitas continua est quando major est proporcio primi ad
 15 secundum quam secundi ad tertium ut major est proporcio octo ad quatuor quam quatuor ad tres, quia prima est dupla, secunda est sexquitercia. Et major inproporcionalitas incontinua est quando major est proporcio primi ad secundum quam sesqui^{tercia} tertii ad quartum, ut major est S. f. 95 b 2.
 20 proporcio octo ad quatuor quam sex ad quinque. Et e converso est minor inproporcionalitas, ut inproporcionalitas continua minor est inter tres et quatuor quam quatuor et octo. Et minor est inproporcionalitas incontinua quinque ad sex quam quatuor ad octo. Et sic patent exempla de
 25 omnibus modis inproporcionalitatis; per exempla proporcionalitatum, quilibet enim potest fingere exempla. Quod autem Euclides dicit quod cum fuerint prime et tercie equales multiplices, iterum quia tercie et quarte equemultitudines, addat 'aut multiplicacio prime super multitudinem
 30 secunde', non addat 'aut multiplicacio tercie super multitudinem quarte'; dicetur prima majoris proporciorum ad secundam quam tercia ad quartam. Vocabula ista patent ex diffinizione incontinue proporcionalitatis jam exposita, quia consimilia sunt, et hec diffinizio non est nisi majoris inproporcionalitatis, unde nichil tangit de minore sed per oppositum intelligitur. Atque hec diffinizio non est nisi de inproporcionalitate incontinua per quatuor quantitates et per earum
 35 multiplicia sumenda, sicut inproporcionalitate incontinua.

*(Distinccio tercia de necessariis in libris Euclidis.
Capitulum primum de diffinicionibus.)*

NON placet michi plura circa diffiniciones .5. Euclidis videre inter principia, nam diffiniciones due de dupplicata et triplicata proporcione, licet inter principia non sunt 5 reponenda, quoniam in veritate non sunt principia ut estimatur set conclusiones super quas cadit demonstracio, set non ante sextum librum *Elementorum* Euclidis, jam enim demonstravi eas, sicut eciam apud auctores inveni quod fuerunt demonstrabiles, ut inferius scietur. Diffiniciones 10 vero relique .5. posite ab Euclide sunt conclusiones, ut omnibus mathematicis est notum, et multas earum proponit Euclides demonstrandas, et eas quas videro in conclusionibus recitabo. Et primi, si species majoris inequalitatis et minoris, quas non ponit, cum tamen necessarie sunt ad intellectum proporcionum et proporcionalitatum quas proponit demonstracio eciam medietatum in tres partes principales sint necessaria, ut eliceretur geometrica de qua in suis conclusionibus prosequitur. Correxi eciam ea que vulgantur circa similitudinem et dissimilitudinem proporcionum. Pre- 20 terea non debui tenere modum Euclidis continue et discontinue proporcionatis et inproporcionatis penes majorem D. f. 50 b 1. proporcionem et minorem, quoniam nulla pars | mathe- 25 maticae nec philosophie nec theologie utitur verbis et modo Euclidis, set solum secundum vias quas predixi, qua- propter vanum et inutile est sequi verba Euclidis. Ceterum hic modus facilior est sine comparacione, quia nunquam potuerunt sapientes concordare in exposicione sentencie Euclidis sub vocabulis quibus utitur, set quilibet ab alio discordat, et tam absurdia sunt vocabula quod intellectus 30 abhorret ea. Quod si dicitur quod principia illa sub vocabulis sunt necessaria in modo demonstrandi conclusiones .5.^{ti}, duplex est hic responsio. Una est quod nulla proporcionum illarum est digna labore demonstrandi, ut suo loco patebit. Deinde facile est dare alium modum 35 sub planis verbis quo valemus illas proposiciones quinti demonstrare, et preterea in valde paucis propositionibus

demonstrandis utimur illis diffinitionibus, ut manifestum est intuenti.

Hii autem consideratis, procedendum est ad alias diffinitiones communes toti mathematice, et hee multipliciter circa 5 ductum linearum et numerorum et proporcionum, et circa communicacionem et incomunicacionem quantitatum, ut faciamus que sunt racionales et que irracionales. Omnes enim diffinitiones communes estimo adinvicem congregandas, quia communia communibus conveniunt, et a propriis 10 naturaliter distinguuntur; si eciam ponerem diffinitiones communes cum propriis non esset evidens distinccio inter illas. Si vero conclusiones que secuntur ad principia de 15 proporcionalitatibus et propositionibus statim eis continuarem jam interrumperetur ordo principiorum. Principia enim, in quantum principia sunt, magis conveniunt quam conclusiones cum principiis, et ideo volui omnia principia in una continuacione ponere, ut unum corpus primo efficeretur de principiis, et aliud secundo de conclusionibus jungeretur. Preterea licet conclusiones de proporcionibus 20 et proporcionalitatibus conveniunt cum principiis dictis, et alie conclusiones cum suis principiis, tamen oportet nos ad intellectum conclusionum unius generis | uti pluribus com- D. f. 50 b 2. munibus principiis alterius generis, ut manifestum est ubique, et ideo decrevi ipsa principia omnia communia premittere, 25 nec intellectus inpeditur.

Dico quod 'lineam duci in alium' est inequalem ortogonaliter erigi super illam in quam ducitur ut figura nascatur per additionem linearum duarum equalium prioribus, quarum quelibet sue comparari coequetur, vel in hec eque distet, 30 ut *B* linea erigitur super *A* lineam, quibus additur *C* equalis *A*, et *D* equalis *B*. Lineam duci in seipsam est equalem erigi super eam ad angulos rectos, ut quadratum linee exsurgat. Nam hec perpendicularis est causa quadrati, et hujusmodi figura utroque modo est rectangula et parallelogramma, id est parallellis, hoc est equidistantibus lineis contenta. Nam est superficies equidistancium laterum, et est tetragona, id est, .4. habens angulos. Prima tamen que est

²⁹ eque] corr. interlin. MS.

ex lineis inequalibus retinent communiter nomen rectanguli et parallelogrami in superficiem equidistancium laterum, quoniam secunda habet nomen speciale, scilicet quadratum, et vocatur tetragonus absolute nomine, et prima vocatur tetragonus longus et altera parte longior; et figura producta 5 ex lineis sic erectis, seu sint eae equales sive inequaes, dicitur contineri ex eis. Nam etsi alie due addantur ad constitutionem figure, tamen comprehenduntur cum eis propter causam que in geometricis de hoc assignabitur. Sic igitur 'lineam duci in aliam', et 'figuram ex lineis contineri', est 10 in usu mathematicorum. Set et racio et natura exigunt et sensus docet quod linea potest erigi super aliam ad angulos obliquos sicut ad rectos, et tunc si extremitatibus unius linee erigantur due, cum quibus ex una parte linea super quam erigantur faciat angulos minores rectis contraree 15 in illam partem, et fiet triangulus; quod si .4. linee sint et non erigantur super se ad angulos rectos, tunc faciunt |

D. f. 51 a 1. species quadranguli diversas ex opposito contra quadratum et rectangulum. Et hic possumus dicere figuram contineri suo modo ex lineis suis, sicut in quadrato et rectangulo, 20 licet hoc non sit in usu. Multa enim non sunt in usu que possibilem habent veritatem et rationem, et hoc nunc addidi propter dictum in numeris ponendum secundum descripciones faciles. Dixi vero lineam duci in seipsam et ex hoc quadrari, quia non potest linea in plus quam in sui 25 quadraturam. Tantum enim potest quantum quadrando ocupat, potentia enim linee est suum quadratum, et una dicitur alia poterior cuius quadratum est majus, et latus tetragonicum cuiuslibet superficie vocatur linea que potest in quadratum equale tali superficie, unde illa linea est latus 30 ipsius quadrati, set dicitur latus tetragonicum illius superficie cui quadratum illius linee equatur. Et super, dicitur 'duci in alium' uno modo secundum proprietatem numeralem, et hoc est numerum multiplicare seipsum vel alium, 'multiplicans' per adverbium designatur 'multiplicatum' vero 35 per nomen, ut bis duo vel bis tria, et secundum Jordanum et

¹² erigi] corr. interlin. from exigi MS.
^{15, 17} erigantur] exigatur MS.

¹⁴ erigantur] exigantur MS.

usum mathematicorum modernorum ductus est multiplicans,
et quod in aliquem ducitur est multiplicatum, secundum
tamen antiquos e contrario est. Set non est vis in vocabulis.
Numerum igitur alium universaliter seipsum multiplicare
est multiplicatum tociens coacervari quociens in ipso multi-
plicato est unitas, ut cum dico bis .4., denotatur .4^{nus}.
aggregari duabus vicibus, et ter .4^{or.} tribus, et sic de aliis.

Productum vero est quod ex ductu unius quantitatis in
aliam nascitur, et hoc universaliter dicitur ex eis contineri
non solum in figuris set in numeris; et hoc non est com-
poni, quia composicio quantitatis dicitur ejus constitucio
ex quibus componet partibus sive aliquotis sive non ali-
quotis, ut .6^{us}. ex uno et .5., vel ex .2^{rio}. et .4^{rio}., vel ex duobus
ternariis, vel ex tribus binariis. Set produci non dicitur
nisi ex illis partibus que se nate sunt multiplicare, ut .2. et
.3., nam sunt .6. | bis tria et ter duo similiter. Numerorum *D. f. 51 a 2.*
latera dicuntur numeri quorum multiplicacione numeri
producuntur, ut dicit Jordanus, et hoc est verum, et hoc
modo ductus et multiplicacionis, et ex illis dicitur numerus
contineri et produci, ut .2. et .3. sunt latera .6^{rii}. Radix
numeri est numerus qui in se semel vel pluries ductus illum
producit, ut bis duo faciunt .4., et bis duo bis faciunt .8., et
ideo binarius est radix utriusque. Ductus vero semel factus
est ductus superficialis, quia ibi sunt duo latera que faciunt
longum et latum in numeris per quandam assimilacionem
ad superficiem in continuis. Ductus vero aliter bis vocatur
corporalis, quia ibi sunt tria latera tanquam tres dimen-
siones. Numerus autem linearis estimatur esse qui latera
non habet, set tamen omnis numerus habet secundum
numerum latera et radicem licet nobis incognitam, et ideo
omnis numerus est superficialis per se, nec obstat quod
radix non sit nominata. Nam superficies in continuis in-
finite sunt quarum latera non sunt nominata, ut quadratum
quod valet superficiem duorum pedum vel trium pedum
vel .5. pedum non habet latus nominatum ab aliquo numero;
et tamen contingunt per demonstracionem invenire illum
quadratum, set latus ejus a nullo numero nominabitur.

13 duabus *MS.*14 binariis] 3^{riis}. *MS.*33 quorum *MS.*

Superficies tamen illa quadrata potest nominari ab aliquo numero pedum, et ideo numerus potest esse superficialis licet radicem nominatam a numero non habeat. Et sic omnis numerus est superficialis. Quod vero dicitur numerus esse superficialis ex ductu unitatis in seipsum 5 numerum qui superficialis dicitur, hoc non est secundum veritatem, quia nulla dimensio latitudinis ibi excrescit propter unitatem numerantem, atque latera secundum veritatem debent esse partes numeri. Set totum non est sua pars, et secundum diffinicionem datam de lateribus latera 10 sunt numeri, set unitas non est numerus quicquid hic
D. f. 5¹ b¹. fингatur de unitatis potestate, | nam apud Euclidem et Jordanum et omnes dantur numeri et unitatis diverse diffiniciones; et suppono nunc usque ad arsmetricam quod unitas non potest pro numero reputari, quamvis a multis 15 in potentia pro numero accipiatur quod est origo et mater omnium numerorum. Set quod potencia est, non est numerus. Autem linearis estimatur omnis numerus quando ejus unitates in longum disponuntur sic iiiiiiii , set hujusmodi diffinicio non competit hic, quia loquimur solum adhuc de 20 disposicione numeri quantum ad latera, que sunt multiplicans et multiplicatum et radix. Disposicio enim illa secundum longitudinem linearem et latitudinem figuracionis consideratur secundum quod numeri considerantur secundum figuraciones geometricas, que consideracio facit aliud 25 genus ductus numeri in numerum quam hic loquimur; nec Euclides de illa loquitur, nec Jordanus usque ad .8^m. librum, nec Boecius usque ad numeros geometricos, et ideo usque ad illum modum non invenimus numerum linearem, atque nec tunc invenietur linearis quin idem numerus secundum aliam 30 dispcionem sit superficialis, quia reduci potest ad aliquam superficiem in quam describatur, ut postea patebit.

Numerus vero superficialis secundum ductum, qui est multiplicacio non figuracio, est qui provenit ex ductu aliquius numeri semel facto (et) producitur, ut per bis duo .4., et 35 .9. per ter tria, et .16. per .4^{ter}. .4. Numerus vero superficialis non quadratus dicitur apud mathematicos in altera parte longior[em] et in(alia) antelongior[em]. Altera parte longior

dicitur cuius latera distant sola unitate, ut .6^{us}. cuius latera
 sunt .2. et .3., numerus antelongior cuius latera aliquo modo
 distant ut .10., cuius latera sunt duo et .5. Set in figuris
 quadrilateris quibus assimilantur numeri quadrati et altera
 5 parte longiores et antelongiores non sunt nisi quadratum
 quod habet latera equalia et altera parte longius quia habet
 latera inequalia | ut tetragonus longus, nec dicitur ibi ante- D. f. 51 b 2.
 longus, quare nec in numeris. Preterea omnis antelongior
 habet latera inequalia et ideo unum majus alio, quare de
 10 necessitate erit antelongior. Item, racio illorum nulla est
 secundum Pitagorica, quod quia .2^{us}. est principium alterie-
 tatis et addat solam unitatem super unitatem, quod ideo
 numerus cuius latera sola unitate distant debeat denominari
 ab hoc nomine quod est alterum, ut dicatur altera parte
 15 longior universalis racio. Set magis nulla est hec, quia
 tunc magis debet unum latus excedere aliud in .2^{riō}. qui
 est ipsum principium alterietatis, atque altera parte longior
 non potest secundum se nisi in equalitatem laterum desi-
 gnare quantum est de sensu vocabulorum. Preterea secun-
 20 dum hanc rationem altera parte longioris dicitur .2^{rius}. esse
 altera parte longior, et ponuntur ejus latera unitas et .2^{us}.
 ipse, quia semel duo est duo. Set hoc est absurdum, quia
 tunc diceretur .2^{us}. numerus superficialis habens multiplicans
 et multiplicatum et latera, ex qua multiplicacione produca-
 25 tur; set hoc est impossibile propter raciones prius dictas,
 nam idem non est latus sui, nec unitas potest esse latus
 alterius secundum diffinicionem lateris. Atque nulla lati-
 tudo dimensionis excrescit propter ductum unitatis in
 numerum, nam hoc est solum secundum vocem et modum
 30 dicendi, non secundum rem et veritatem. Nec potest dici
 quod dicitur binarius altera parte longior non quoad
 ductum secundum multiplicacionem set secundum alium
 modum dicendi per viam figure, quia hoc est falsum eo
 quod quomodocumque ponantur in figura habet latera in-
 35 equalia, scilicet unum et duo, tamen dico semel duo, et ideo
 fiet triangulus ut patet, non fiet .2^{us}. Atque sic omnis
 numerus esset linearis quia si unitas ducatur in quantum-
 libet quilibet consurgit, ergo sic omnis numerus esset altera

parte longior; quod falsum est et quod ipsi negant, nam .2^{us}. est primus secundum eos et .6^{us}. est secundus. Item omnis numerus esset sic superficialis, set hujusmodi duccio faceret latitudinem; set sic nullus ponit numeros superficiales in quantum hujusmodi set penes latera que secundum rem 5 D. f. 52 a 1. habent longum | et latum; quapropter nullo modo erit .2^{us}. numerus altera parte longior. Atque tunc omnes numeri alii a .2^{rio}. essent antelongiores, ut semel tria, semel .4., et sic de aliis, nam unitas de quolibet eorum distat per aliquem numerum et non sola unitate. Set nullus nisi 10 insanus diceret omnes istos numeros alias a .2^o. esse antelongiores propter ductum unitatis in quemlibet aliorum. Hec igitur, licet sint vulgata, et quamvis aliqui de auctoribus hec scripserunt, tamen excusandi sunt propter raciones tactas a principio. Set in hac parte eorum imperfeccio 15 humana potest corrigi rationibus ad hoc cogentibus, sicut patet ubi de actoribus fuit sermo. Quod si obiciatur quod tunc non omnes eorum consideraciones de antelongioribus et altera parte longioribus stare possunt bene concedo, et ideo aliter negociandum est circa illos, ut *Arsmetricalia* 20 nostra docebit.

Numerus autem solidus seu corporalis secundum hanc rationem ducendi, que est multiplicacio laterum, dicitur qui provenit ex ductu pluries facto, vel qui ex tribus lateribus continetur, ut bis tria quater, vel bis duo bis. Numerus 25 vero cubicus est qui ex equis lateribus tribus continetur, ut bis tria et hujusmodi, set hunc modum ductus paue sunt denominaciones geometrice in numeris. Nam nec triangulares nec pentagonae nec exagone nec piramides nec columpne nec alie infinite reperiuntur, nec in solidis nec 30 in superficialibus, quia omnes hujusmodi considerantur penes proprietatem figuracionis et descripcionis superficialis et corporalis, et ideo oportet poni alium modum ductus; et hoc nullus negat licet nullus nec auctorum nec 35 expositorum tangat differentiam inter hunc ductum et D. f. 52 a 2. primum per diffinicionem, nec latera diffin*(i)*unt | nova diffinicione, omni*(no)* tamen hoc oportet.

Hoc habito, accedendum est ad .2^m. modum ducendi in

numerum, et hoc omnino per majorem similitudinem ad geometricam duccionem quam precedens. Nam sicut lineam duci in lineam est una erigi super aliam, sic hic figuraliter dici potest unus numerus super aliud erigi in disposicione superficiali, et non solum numerus sed unitas super aliam secundum omnem dispositionem superficie et corporis. Concedendum est igitur quod idem numerus potest esse linearis, superficialis, et corporalis, set diversa dispositione figurali, nam secundum quod unitates disponuntur in longum sic .iiiiii. dicitur communis numerus linearis, et quia potest in latum et altum disponi dicitur superficialis et corporalis. Recolendum igitur est ex prioribus quod secundum Avicennam et secundum veritatem angulus superficialis est superficies et corporalis est corpus, sicut metaphysica habet edocere sine contradicione, quia hec habet species predicamentorum probare esse in quibus est dubitacio. Sicut igitur linea potest ad lineam conjungi angulariter ut fiat superficies vel angulus corpus, vel dictus est angulus, sic una unitas potest ad aliam conjungi angulariter et super eam erigi, sic . . . , et tunc erit .2^{us}. qui habet duas unitates qui angulo superficiali comparatur, et sic erit binarius numerus superficialis *(qui)* dicitur inpropre superficies quia habet vere longum et latum, et unitas est hic latus superficie. Si vero .3. unitates supponantur in finita triangulari, ut una super duas erigatur ad angulos acutos, vel quod unus sit saltem minor recto sicut oportet in triangulo, tunc est numerus triangularis, sic  , et triangularis hic habet .2^{rium}. pro latere ex omni parte. Potest autem numerus erigi super aliud sic  , et hic est trinarius latus, et est adhuc triangularis; et possunt in infinitum formari, sicut arsmetrica docet, ut .10., et .15., et sic ultra. Potest eciam | unitas erigi super aliam ut ordinentur equi- *D. f. 52 b 1.*
 distanter per modum quadrati, sic  , et tunc est primus quadratus, cuius latus undique est .2^{us}. Et si .5.
²⁰ sic . . .] sic .8. *MS.*

ordinentur in finita pentagonalis fieret .5^{us.}, qui est primus pentagonos, sic , cujus latus ex omni parte est binarius; et sic de exagonis et eptagonis et aliis, et in infinitum possit multiplicari quadrati et pentagoni et omnes, sicut dictum est de triangulis. Nam .9. et .16. possunt 5 in finita quadrata disponi, et .12. et .22. sunt pentagoni, et .15. et .28. sunt exagoni, et sic de infinitis, et hec omnia docent arsmetrici. Ex quibus patet quod tamen hic non sit multiplicacio set ductus, sicut in lineis geometricis, quod preter diffinicionem ductus priorem et preter diffinicionem 10 laterum precedentem oportet aliter ea diffiniri. Nam ducitur numerus in numerum et unitas in unitatem hoc modo dicendi, et talis ductus numeri in numerum vel unitatis in unitatem super aliam videtur numerum super alium erigi ad angulos rectos. Et per consequens, patet quod hec diffinicio 'Latera 15 numerorum sunt quorum multiplicacione numerus producitur' non est hic proprius nec verus, quia hic non est multiplicacio set figure disposicio et ereccio unitatis vel numeri super unitatem vel numerum, et ideo latera sunt hic sicut in figuris: unde sunt linee composite ex unitatibus 20 vel numeris.

Solidi autem sunt qui preter latitudinem et longitudinem in plano porriguntur in altum. Et tunc si latera concurrunt in unum punctum sunt piramides, sicut posito numero triangulari pro basi hoc modo , si igitur ab hiis 25 tribus punctis angularibus intelligentur erigi linee tres in aere concurrentes in unum punctum, in quo unitas .4^{a.} collocetur, erit numerus piramidalis. Nam secundum hunc D. f. 52 b. 2. situm .4^{us.} est piramis, licet sit superficialis | in diffinizione superficiali et linearis secundum quod in solam longitudinem 30 ejus unitates pretenduntur. Si vero latera non concurrunt, tunc possunt quadrati undique erigi super se in altum, ad modum taxilli et cubi, et erit numerus cubicus ut .8.; aut per modum columpne ex numeris similibus et equalibus sibi invicem in altis superpositis ad modum columpne, ut 35

22 preter] pariter MS.

32 alium MS.

triangulus equalibus multis elevatis, vel pentagonis, vel aliis, et est numerus columpnaris ut .9. vel .12., et infiniti. Set nunc exemplariter et grosso modo et om̄ino universaliter loquar de hiis, quia non requiritur plus in hoc loco, 5 tractatus enim ars metrice expediet nos de hiis. Et ex hiis patens est quod unus et idem numerus potest esse secundum diversas disposiciones solidus et superficialis et linearis.

Divisio quantitatis est pars aliqua tociens sumenda ut totum possit consumere, ut .2^{us}. est divisio .4ⁿⁱ. qui bis 10 sumptus consumit .4^m. et ter sumptus consumit .6^m. Quantitatem dividi per aliam est sumi quo ciens divisor sit in dividente, ut .4^m. dividi per .2^m. est binarium bis accipi in .4^{rio}.

Denominacio proporcionis quantitatis divise ad dividendem est quod erit in divisione unius per aliam, ut cum .4^{rius}. 15 dividitur per .2^m., .2^{us}. erit in divisione et .2^{us}. est denominator proporcionis inter .4^m. et .2^m., nam dupla proporcio est inter eas.

Proporcionem componi ex proporcionibus est eam produci ex illis, ut quadruplam componi ex duabus duplis est 20 eam produci ex eis, et hoc est quod una ducatur in aliam.

Proporcionem duci in proporcionem est denominatorem duci in denominatorem, ut dupla ducitur in duplam quando .2^{us}. ducitur in .2^m., qui sunt denominatores harum proportionum.

25 Proporcionem duci ex proporcionibus est denominatorem produci ex denominatoribus, ut quadruplam produci ex duabus duplis est .4^m. produci ex .2^{bus}. | binariis, qui sunt D. f. 53 a 1. denominatores.

Proporcionem vero duplicari est aliquid produci vel 30 multiplicari in se per modum quadrati, et hoc est denominatorem illius duci vel multiplicari in se, ut duplam duplicari est eam duci in seipsam, quod cognoscitur per ductum sui denominatoris in se. Et ideo exsurget quadrupla ex dupla duplicata. Proporcionem duarum quantitatum 35 ut ac , esse aliquam proporcionem duarum quantitatum duplicatam ut ab , et illam proportionem que est ac componi vel produci ex talibus duabus, et hoc est quod proporcio inter ab ducatur vel multiplicetur in seipsam per

modum quadrati quatinus proporcio inter α et c producatur, ut proporcio .8. ad .2. est proporcio .8. ad .4. duplicata, id est, composita vel producta ex proporcione .8. ad .4. ducta in se per modum quadrati; et hoc cognoscitur quando denominator, qui est .2^{us}, dicitur in seipsum per modum quadrati. 5 Unde quadrupla proporcio consurgit ipsius .8. ad .2^m.

Propucionem vero triplicari est eam duci vel multiplicari in se per modum cubi, ut duplam triplicari est eam cubice duci in se, et hoc cognoscitur et exprimitur per ductum sui denominatoris cubicum in se, ut bis duo bis faciunt .8., et 10 ideo dupla triplicata est octupla. Propucionem vero aliquam duarum quantitatum esse triplicatam aliarum est illam produci et componi ex talibus tribus, sive quod proporcio illa triplicata[m] ducatur seu multiplicetur in se per modum cubi quatinus illa que queritur producatur. Et illam triplicatam datam multiplicari in se cubice est denominatorem duci in se per modum cubi; ut sint .4. quantitates, .8. .4. .2. .1., proporcio primi ad ultimum et primi ad secundum triplicata, et ideo est dupla triplicata, et hoc est octupla. Et similiter propucionem quadruplari est eam duci in se 20 quater, et sic ultra.

Propucionem dividere per propucionem aut dicentem abici ex dividenda est denominatorem dividende dividi per denominatorem dividentis, ut quadruplam dividi per duplam est .4^m. dividi per .2^m. | 25

D. f. 53 a 2. Communicacio vero quantitatis manifestior est in numeris, quia numerus non dividitur in infinitum sicut quantitas continua set stat ad unitatem, et ideo oportet numeri communicant in unitate saltem; set ad hoc plenius intelligendum oportet considerari quod numerus primus dicitur qui sola 30 unitate mensuratur ut binarius; est quaternarius et hujusmodi numerus compositus, qui ex numeris componitur. Nam prima composicio numerorum est ex unitatibus, secunda ex numeris, et tamen numeri composicio potest large accipi scilicet pro compositione ex quibuscumque 35 partibus, ut .5^{us}. ex .3^o. et .2^o.; set proprie accipitur pro compositione ex aliquotis, et sic accipitur hic secundum quod senarius est ex .2^{bus}. ternariis.

Numeri communicantes sive commensurales specialiter sunt sive alter alterum, sive ambos unus; et idem numerus mensuret alter alterum, ut $.2^{\text{us}} \dots .4^{\text{m}}$., ambos aliquis tertius ut $.2^{\text{us}} \dots .4^{\text{m}}$. et $.6^{\text{m}}$.

5 Numeri adinvicem composita sunt qui habent numerum aliquem pro tantum mensura sive pro tantum numerante, et sumitur mensura sive id numeret se sive aliud, secundum quod prius patuit in diffinizione numerantis. Nam quilibet numerus per unitatem multiplicatus numerat seipsum ut
 10 semel duo sunt duo unde adinvicem compositi sunt, sive unus alium componet, sive habeat numerum tertium eos componentem, sicut de communicantibus dictum est. Et ideo $.2^{\text{us}}$. et $.4^{\text{us}}$. sunt adinvicem compositi, unde expositores famosi eadem diffinizione diffin*(i)*unt communicantes et adinvicem compositos, atque ista intencione utitur Euclides in prima et secunda proposicione $.7^{\text{mi}}$. libri, volens adinvicem compositos esse quando in mutua substraccione non sit status ad unitatem, quia si est status ad unitatem non sunt adinvicem compositi, set adinvicem primi, ut $.3^{\text{us}}$. et $.5$., de
 20 quibus statim dicetur. Et patet quod cum omnes numeri sint adinvicem compositi vel adinvicem primi, quia hec est divisio per inmediata, et pars et totum non possunt dici adinvicem primi, ut statim verificabitur; oportet quod sint adinvicem compositi in incommensurabiles sive in communis. f. 53 b 1.
 25 cantes sive qui non habent numerum mensurantem nec unus alium numerat nec mensurat. Numeri contra se primi, vel adinvicem primi, vel ad se primi, dicuntur qui nullo alio numero ab utroque numerantur, nec unus est pars alterius, ut $.2^{\text{us}}$. et $.3^{\text{us}}$; et ideo $.2^{\text{us}}$. et $.4^{\text{us}}$. non sunt contra se primi,
 30 unus enim est pars alterius. Et quod Euclides et alii velint partem et totum non esse contra se primos, manifestum est ex intencione conclusionum, nam numeri contra se primi cognoscuntur per hoc quod in substraccione debita remanet unitas in fine, ut patet ex $.2^{\text{a}}.$ $.7^{\text{mi}}$., quod non est hic. Item
 35 in $.20^{\text{a}}$. dicit quod aggregatus numerus ex duobus contra se primis est primus ad utrumque, et ideo cum ex $.2$. et $.4$. aggregatur $.6$., tunc $.6$. est primus ad $.4$., quod falsum est, nam communicant et sunt adinvicem compositi; et hoc

idem patet ex intencione .27^{me}. et .26^e. et ex .25. et .24. et .23^a. Nec probo per conclusiones principia, set capio planiorem intencionem principii per intellectum conclusionum. In illis enim conclusionibus utitur Euclides multis contra se primis, quorum neuter est pars alterius, nec habent 5 numerum alium eos numerantem, et ideo sic debent distribui et diffiniri. Et ideo dicit Euclides quod numeri contra se primi sunt qui nullo modo communiter mensurantur; set omnis numerus semel sumptus numerat seipsum et .2^{us}. numerat .4^m., ergo numero alico communiter numeratur. 10 Numerare enim non est esse partem, set accipi secundum unitatem vel aliquem numerum seu multiplicatum ut numerus producatur. Set .2^{us}. multiplicatus per unitatem producit seipsum et per .2^m. multiplicatus producit .4^m., ergo .2^{us}. est communiter numerans .2^m. et .4^m. secundum 15 quod 'numerare' accipitur ab omnibus mathematicis; et ideo large sumendo adinvicem compositos sunt adinvicem compositi, quia unus est de compositione alterius et componit ipsum, licet numerum alium communiter componentem non habeant.

D. f. 53 b 2. Quoniam autem quantitates continue divisibles sunt in infinitum, ut | non inveniatur ex eorum ratione aliquod indivisible quo possent plures quantitates communicare, ideo quantitas continua secundum se considerata non subiectetur communicationi et ejus opposito. Quoniam tamen 25 necesse est nobis invenire quantitates continuas communicantes et commensurabiles et earum oppositas propter mensurarum certitudinem in rebus et propter multa, ideo oportet nos quantitates continuas assimilare numeris; et quod non determinatur eis ex natura dabimus eis ex 30 voluntate et institutione et posicione nostra. Nec repugnamus in hoc nature quia natura non contradicit huic positioni, sicut nec determinat set permittit eam fieri a nobis cum necesse est, et ideo licet in continuis quantitatibus non sit aliiquid indivisible simpliciter, tamen potest 35 esse indivisible secundum sensum et etiam secundum posicionem meam, licet sit sensibilem; et omnes latini

philosophantes in continuis, qui sunt linea superficies et corpus et locus, posuerunt granum ordei esse primum indivisible secundum posicionem mensurandi, et digitum constare ex .4. granis ordei continuatis, et deinde sunt pes et cubitus et multa, ut in sequentibus innotescet. Possunt tamen alia genera mensurarum poni secundum arbitrium voluntatis apud philosophos diversos et naciones diversas. Set in omnibus mensuris unius posicionis intelligendum est quod semper minor est pars vel partes majoris, sicut in numeris; aliter enim non teneremus consideraciones philosophorum et mensuratorum in hiis. Et sciendum quod omnes dicte mensure in unitate ducte pertinent ad longitudinem, et in se vero semel ducte attinent superficie. In se vero bis ducte ad soliditatem pertinere noscuntur, verbi gratia .4. semel grana ordei digitum linearem constituunt, quater .4. superficialem, quater .4. quater corporalem; similiter de reliquis mensuris.

Quantitates autem continue communicantes dicuntur seu commensurabiles in longitudine, seu habeant communiter aliquam mensurarum positarum, sive una alteram mensuret, sicut dictum est in numeris. Set diligenter considerandum (est) quod ad communicanciam veram et completam numerorum, de qua mathematica loquitur, non sufficit illa communis communicancia que est in unitate, nam sic omnes numeri communicant | et sic omnis linea aliquot pedum D. f. 54 a 1. communicaret cum alia. Set non est sic in numeris, immo vero communicacio est in aliquo numero ut dictum est, et ideo in continuis communicacio est in alico numero radicis mensurandi indivisibilis posite per simile ad unitatem in numeris, cuius sunt granum ordei et digitus et palmus et omnia talia que possunt in infinitum replicari sicut unitates; et ideo linea duorum pedum et linea trium non communicant nisi sicut numeri in unitate, set linea .6. pedum et linea trium [non] communicant veraciter, sicut .6. et .4., quia sicut .6. et .4. communicant in binario sic linea .6. pedum et linea .4. communicant in quantitate duorum pedum, et sic in aliud est universaliter, ut inferius magis explicabitur. Incommensurabiles sive incomunicantes sunt que nullam

de illis mensuris participant communiter, nec una aliam mensuret. Philosophi vero in continuis quantitatibus contenti sunt hiis duabus proprietatibus, nec curant eis assignare ceteras, scilicet primum et compositum et ad invicem esse primum cum tamen possibile esset, sicut in numeris secundum modum loquendi in eis consuetum apud philosophos; et inde passiones communicare et non communicare convenient omni speciei quantitatis continue habenti aliquam divisionem, non solum lineis et superficiebus set corporibus et temporibus et locis. Set evo non convenit si non habet partem et partem extra se, et licet quantitates continue sint incommensurabiles, ut dictum est, tamen possunt communicare in suis principiis ut linee incommunicantes possunt communicare in eodem puncto, et superficies incommensurabiles possunt communicare in eadem linea, et sic de aliis. Set linea dicitur communicare linee in longitudine quando mensuram positam habent communem vel una aliam mensuret, communicant vero in potencia quando earum quadrati communicant in eodem modo. Volunt actores quod numerus communicet cum alio in longitudine vel potencia, set dupliciter quantitates possunt communicare, scilicet vel *(in)* longitudine et potencia, vel in potencia tantum; si enim communicant in longitudine communicant in potencia, et non e contrario.

Rationales numeri dicuntur communiter omnes sicut 2. communicantes in unitate, quia nota est eorum composicio ex partibus, et possumus rationem certam de eis mensuran-

D. f. 54 a 2. dis dare | et de aliis rebus per eos propter quod rationales dicuntur. Set striccius dicendo rationale non omnes numeri sunt rationales, immo solum illi sunt rationales in longitudine quorum radices note sunt, et possunt aliquo numero designari.

Surdi vero sive irrationales in longitudine sunt quorum radices nomen non habent, ut .3^{us.}, .5^{us.}, et hujusmodi. Nam licet radices habeant secundum naturam que in se ducte producant quemlibet eorum, tamen non possunt a nobis cognosci nec nominari nec aliquo numero designari, et ideo hujusmodi numeri vocantur surdi et irrationales,

secundum quod surditas et irrationalitas sunt in numeris. Numerus rationalis in potencia, et cuius quadratum est rationale, ut .3^{us}., et non est rationale in longitudine nec binarius nec multi alii, quia radices eorum non possunt numero designari.

Linea rationalis est in longitudine que secundum positas mensuras habet aliquam earum pro parte aliquota, ut pedalis, cubitalis, et hujusmodi; linea vero irrationalis in longitudine set rationalis in potencia est cuius superficies quadrata habet aliquam communem mensuram positam, ut latus tetragonicum superficie habentis .24. pedes est rationale in potencia quia ejus quadratum est rationale habens mensuram et denominacionem a numero pedum, set latus illud quod in se ductum facit illam superficiem non denominatur ab aliquo numero (pedum; quia non a binario, tunc enim suum quadratum esset .4. pedum; nec a .3^{rio}. quia tunc suum quadratum esset .9. pedum, nec a .4^{rio}. quia tunc esset .16. pedum, nec a quinario quia tunc esset .25. pedum, et sic nunquam pervenietur ad .24. pedes.

Dicuntur autem linee communicantes et rationales tantum in potencia quarum superficies quadrate communicant et sunt racionales, et iste linee possunt esse ita quod utraque sit irrationalis, ut latera tetragonica superficierum .24. pedum et .23., quia neutrum istorum a numero nec mensura tali denominatur. Potest eciam una esse rationalis et alia irrationalis, ut latera superficierum .25. pedum et .24. D. f. 54 b 1. pedum non communicant nec in potencia nec sunt ad invicem rationalia in longitudine, licet unum sit rationale in longitudine ut latus superficie .25. pedum, quia a numero et a mensura posita denominatur, ut linea .5. pedum.

Set hic considerandum (est) quod aliter sumitur rationale in numeris et aliter in continuis. Quinarius enim surdus est quia radix non potest nominari, et tamen linea .5. pedum rationalis dicitur, ex quo sequitur quod surditas in numeris modica est et velud secundum quid respectu surditatis in continuis. Ad quantitatem enim continuam rationalem sufficit quod ab aliqua mensura posita et a numero denominetur, nec curamus de radice nominanda

sicut in numeris; nec omnino videretur esse rationalitas; distinguimus surdos a rationalibus per hoc quod radix nominatur vel non nominatur. Et tamen hec eadem surditas est in continuis divisis secundum mensuras ad modum numerorum, et ideo est surditas in continuis. Et cum secundum diversas posiciones diverse mensure poni possint, non est negandum quin linea que rationalis est secundum mensuras unius posicionis possit dici irrationalis secundum mensuras alterius posicionis. Quoniam proposita una linea aliquod pedum et altera que nec pedem nec aliquotam pedis nec aliquam mensurarum hujus generis habeat, contingit tamen istius secunde sumere medietatem et ceteras fracciones sicut et prime, et ideo partes habebit aliquotas, et non solum eas sui generis absolute set poterit secunda dividi in tales fracciones sicut et prima, scilicet quod si prima dividatur in medietates et secunda, similiter si in tercias et in quartas et quotunque possibile est fracciones, ut .12^a. sexti *Elementorum* Euclidis docet, licet tamen fracciones prime linee erunt pedes vel hujusmodi D. f. 54 b 2. sui generis mensure, set | fracciones secunde linee non erunt pedes nec hujusmodi, set alterius generis.

Superficies rationalis est que ab aliqua mensura a numero denominata mensuratur, ut bipedalis et tripedalis et hujusmodi, et irrationalis que talem non habent mensuram. Inter tamen precipua est quadrata, quia major certitudo mensurandi est in ea quam in aliis et eam diffinit Euclides. Set cum linea rationalis dicitur que habet aliquam mensuram a numero denominatam, poterit similiter et omnis superficies esse rationalis que mensuram habet a numero denominatam, et hoc non solum erit quadrata set altera parte longior, sicut inferius monstrabitur. Nam omnis superficies rectangularis que ex lineis rationalibus continetur est rationalis, ut dicit Euclides in .x., et eciam habet mensuram a numero denominatam quia ducta longitudine in latitudinem habebit area(m) superficie talis in certo modo mensurarum ut pedum et cubitorum vel hujusmodi.

Et licet vulgus geometrorum hiis passionibus que sunt

¹ sicut] corr. interlin. from set MS.

³² rectangulam MS.

racionale et irrationale non utuntur in corporibus, tamen possunt corpora dici irrationalia et rationalia que habent aliquam mensuram denominatam a numero; et quia possumus per illa raciocinari et rationabiliter certificari, et possumus de partibus eorum certificari rationabiliter, sicut in lineis et superficiebus; et similiter de loco, quia accidit raciocinatio in mensurando certa loca.

De tempore vero non convenit dicere quod habeat partes aliquotas, que sunt granum ordei digitus et hujusmodi, licet secundum illas partes loci et magnitudinis contingat sumere partes corporis, quia tempus habet prius et posterius in suis partibus et suo fluxu secundum prius et posterius in magnitudine, set sumuntur ejus partes secundum se et hoc diversimode. Compotiste enim assignant hujusmodi, scilicet, at homum, unciam, momentum, punctum, horam, quadrantem, diem, et hujusmodi; astronomi ponunt decima, nona, octava, septima, sexta, quinta, quarta, tercia, secunda, minuta, horas, dies, et hujusmodi. De partibus omnibus postea dicetur. |

²⁰ *(Capitulum secundum . . . de peticionibus conceptionibusque communibus.)* D. f. 55 a. r.

POSTQUAM assignate sunt diffinitiones communes circa quantitatem, nunc alia principia communia cognoscenda sunt. Diffinitiones autem semper habent preponi ut cognoscatur quid dicatur per nomen, aliter enim non possumus uti vocabulis, de inde autem nata est nobis via a facilibus, et concepciones faciliores sunt et cuilibet patent. Ideo premittende sunt peticionibus, quoniam hec solum ceduntur et non intelliguntur in principio, ut prius habitum est. Propter hoc et preponuntur diffinitiones, quia magis note sunt omnibus principiis, quapropter concepciones quia notiores sunt peticionibus eis debent premitti. Set Euclides non ponit sufficienter concepciones, nec aliquis mathematicorum, oportet enim multociens uti multis aliis conceptionibus quam ipsi in principio preponant, et cum sunt infinite non oportet tam paucas adduci sicut ipsi faciunt, set multo plures. Quatinus autem videamus possibilem

earum multiplicacionem in infinitum, adducam illas hic quibus magis utimur in quantitatibus; nec potest ordo Euclidis salvari, quia in medio suorum principiorum plura occurunt. Sunt igitur hujusmodi:

'Quecunque uni et eidem sunt equalia sibi invicem equantur'; et quorumque equalium, si unum equatur alicui, reliquum erit equale eidem.

Est enim quasi conversa prioris, set non omnino, ideoque posui eam, quoniam hec concepcionis 'Omnia equalia equantur eidem' est prime conversa precise.

'Quibus unum et idem est equale illa sunt equalia'; quorumcumque equalium si uni illorum equatur aliquid reliquo equabitur illud idem.

Et hec est quasi conversa immediate: Quibus quantitates comparantur ad unam et eandem, et eque sunt equales ei, vel eque majores vel eque minores, ille sunt equales adinvicem. Omnes quantitates equales si comparantur ad idem erunt equales ei, vel eque majores (vel eque minores), ille sunt equales adinvicem.

D. f. 55 a 2. Quibus una quantitas est equalis, vel eque major vel eque minor, ipsa sunt equalia.

Omnes quantitates equales quibus una comparatur erunt equales ei, vel eque majores vel eque minores, et hec est quasi conversa immediate.

Et hic considerandum (est) quod cum jam posui .9. concepciones omisi principales conversas preter prime conversam quia alie patent juxta eam, set cum ceteris posui eas quas vocavi quasi conversas quia minus patent quam converse principales et propter difficultatem illorum principiorum; et quia utuntur demonstraciones eis sub propria forma, ideo eas posui quamvis converse in parte vel toto possent intelligi per principales, et per harum expressionem distinctam possumus intelligere alia principia cognate significacionis posse sic multiplicari, licet non exprimantur in sequentibus, propter quas raciones non fuit ociosa earum multiplicatio.

14 inmediate] inmediatae MS. corr. interlin.
diffiniciones MS. corr. in marg.

25-6 concepciones]

Ceterum secundo modo multiplicantur hujusmodi principia, sic :

Quecunque habent medietatem equalem sunt equalia et e contrario ; quecunque habent terciam equalem et sic de 5 quarta et ceteris fraccionibus erunt equalia. Et universaliter : quecunque sunt equemultiplicia vel equesuperparticularia vel secundum ad genus majoris inequalitatis respectu ejusdem, illa sunt equalia. Item, quecunque sunt medietates ejusdem sunt equalia ; 10 quecunque sunt tercie ejusdem (et sic de aliis fraccionibus) sunt equalia. Vel quecunque sunt equesubmultiplicia vel equesubparticularia vel secundum aliquod genus inequalitatis minoris respectu ejusdem, illa sunt equalia.

Tercio modo multiplicantur sic :

15 Quecunque equalibus divisim sunt equalia sunt sibi invicem equalia, et e contrario in parte et in toto, ut prius habitum est. Hoc est, sive loquamur de communi conversa seu de precise conversa, et omnes quantitates que aliquibus quantitatibus equalibus sunt eque equales, vel eque 20 majores, vel eque minores, sunt equales, et e contrario ; et universaliter : quecunque sunt secundum aliquam speciem majoris inequalitatis respectu equalium sunt equalia ; quecunque sunt medietates equalium sunt equalia ; quecunque sunt tercie equalium vel secundum aliud genus 25 fraccionis erunt equalia ; et universaliter : | quecunque D. f. 55 b 1. sunt secundum speciem aliquam minoris inequalitatis respectu equalium sunt equalia. Et hec similiter multiplicavi propter raciones superiores, quamvis per predictas possent formari, et intelligi ab excercitato in hiis 30 principiis.

Item, quando aliqua quotlibet adinvicem equalia simul sumpta equantur aliis quotlibet adinvicem equalibus simul sumptis, tunc quo(d)libet eorum omnium equatur cuilibet.

Quarto multiplicantur per addicionem et substraccionem, 35 sic :

Si addas eidem equalia tota fient equalia ; et si eidem addas invicem equalia tota fient equalia ; et si equalibus idem addas tota fient equalia ; et si ab equalibus idem

auferas que remanent erunt equalia; et si ab equalibus equalia auferantur, residua erunt equalia.

Et sequitur adhuc de inequalibus: si igitur eidem inequalia addas tota fient inequalia, cum majore majus cum minore minus, ut si binario addatur ternarius et iterum .4^{us}., patet quod dicitur. Si ab inequalibus idem demas, que relicuntur erunt inequalia, ut residuum majoris sit majus et residuum minoris minus. Ut si a .7. et a .5. dematur .2^{us}., patet quod dicitur. Si inequalibus equalia addas ipsa fient inequalia, cum majore majus cum minore minus. Si ab equalibus inequalia demas, que relinquuntur erunt inequalia, residuum majoris minus residuum minoris majus. Quorum medietas vel cetere fracciones sunt in-
equales, ipsa sunt inequalia, et e contrario, et annexa hec formantur juxta supradicta.

Quinto formantur sic :

Quicquid est majus majore est majus minore; quicquid est minus minore minus majore. Quociens duo sunt equalia, quicquid est majus uno et reliquo, et quicquid est minus uno et reliquo. Quicquid est equale majori, majus est equali minori. Omne totum est majus sua parte, et pars est minor toto. Omnis pars minor habet majorem denominacionem; ut .3^{cia}. denominatur a ternario et secunda a binario, set tercia est minor. Et omnis pars major habet minorem denominacionem, ut patet.

Sexto multiplicantur sic :

D. f. 55 b. Quociens in aliqua | quantitate una pars et alia est, hec denominata a majori numero, illa autem a minori, que est proporcio majoris numeri ad minorem, eadem est majoris partis ad minorem; ut in .6^{rio}. est tercia sicut .2^{us}., et in eodem est secunda seu medietas sicut .3^{us}. Patet igitur quod eadem est proporcio secunde ad .3^{am}. sicut .3. ad .2^m., nam secunda est .3^{us}. et tercia est .2^{us}. et *(hoc)* est ubique, unde non est obscuritas nisi in illis, et ideo concepcion est. Et si totum sit duplum ad totum, et pars dupli sit dupla ad partem subdupli, erit reliquum dupli duplum ad reliquum subdupli; cum .8^{us}. est duplus ad .4^m. et .2^{us}. pars .8^{rii}. est duplus ad unitatem que

- est pars quaternarii, tunc .6^{rius}. que est reliqua pars .8^{rii}. est duplus ad reliquum .4^{rii}. scilicet ad .3. Et si aliquid est subduplum alicui, et una pars subdupli subdupla est ad partem aliquam dupli, pars residua subdupli (subdupla) est 5 parti subduple que jam sumpta est; ut .3^{us}. est subduplus ad .6^{rium}. et .2^{us}. est subduplus ad .4^{m.}, ergo unitas est subdupla .2^{rii}. Nota hoc principium, quia tibi valebit in divisione anguliper tres partes eaeles, quod est vulgo geometrarum per demonstracionem incognitum hiis diebus.
- 10 Et hos modos et consimiles possunt multiplicari concepciones in infinitum, set non oportet ut in infinitum, et ideo hec sufficient ad presens, quia nullus posuit mediatem istorum, et quia paucis pluribus utimur in necessariis demonstracionibus, et, si indigeamus eis, possunt de facili 15 formari juxta predicta secundum quod exigitur in locis singulis. Ista tamen reputavi debere premitti tanquam necessaria, quia omnibus istis utimur in demonstracionibus quibus necessario indigemus non solum in mathematica set et in aliis scienciis et rebus sciendis per vias mathematice.
- 20 Et quoniam jam posui diffiniciones et concepciones communes speciebus quantitatis, sciendum quod paue sunt peticiones communes, quia peticiones sunt difficiles ad intelligendum, et ideo, ut in pluribus sunt proprie juxta singulas species | quantitatum, ne tamen videantur inutile D. f. 56 a 1.
- 25 posse sumi omnes, ideo possunt aliqua peti. Cuilibet vel quibuslibet quantitatibus posse sumi eaeles. Cuilibet vel quibuslibet quantitatibus posse sumi majores. Cuilibet vel quibuslibet quantitatibus posse sumi multiplices quot volumus; et sic secundum alias species majoris inequali- 30 tatis. Cuilibet vel quibuslibet quantitatibus posse sumi equemultiplices quot volumus; et sic secundum omnes species inequalitatis majoris. Cuilibet vel quibuslibet quantitatibus posse sumi proporcionalem quamcunque speciem velimus inequalitatis majoris. Cuilibet proporcioni et qui- 35 buslibet proporcionibus posse sumi equalem. Cuilibet vel quibuslibet proporcionibus posse sumi majorem. Omnis linea communicans rationali est rationalis. Omnis linea non communicans cum rationali est irracionalis. Omnis

superficies communicans cum racionali est rationalis. Et omnis ei incommunicans est irrationalis.

Set cum dico lineam esse irrationalem que non communicat cum racionali, et superficiem esse irrationalem que cum racionali non communicat, intelligendum est lineam 5 hujusmodi et superficiem esse irrationalem quantum ad mensuras positas secundum quas linea et superficies racionales considerantur, quia ille quantitates que secundum unum genus masure sunt irrationales, secundum aliud genus masure possunt esse racionales. Et hec sufficiunt 10 pro exemplis, et quia hiis petitionibus magis indigent demonstraciones, non multiplicantur vero hujusmodi petitiones communes per minus et per species inequalitatis minoris, quia numerus non dividitur in infinitum.

(Capitulum tertium de conclusionibus communibus 15 inutilibus.)

POSITIS principiis communibus mathematice, debent conclusiones communes sequi ante principia et conclusiones proprias, set tamen hic diligenter considerandum est quod non omnes conclusiones mathematice, nec proprie nec 20 communes, debent introduci, set solum ille que sunt utiles scienciis et rebus mundi, quoniam in mathematicis secundum se non est bonum, ut Aristotiles dicit *3 Metaphysice*, D. f. 56 a 2. set prout applicatur | ad res et sciencias; et ibi habent utilitatem mathematice habent utilitatem preclaram quoniam 25 prius ostensum est quod nichil potest sciri sufficienter sine mathematice potestate, set non omnes conclusiones mathematice habent utilitatem hanc, quia vadunt in infinitum, propter hoc quod quantitas continua decrescit in infinitum et discreta augmentatur sine fine. Set impossibile est 30 utilitatem esse ubi est infinitas, quapropter non omnia que in mathematicis reperiuntur sunt colligenda. Auctores eciam, propter facile istarum conclusionum multiplicandam eo quod in infinitum vadant, plura hic ediderunt quam in aliis scienciis, et ex humane singularitatis curiositate ad 35

multa declinaverunt que non sunt necesse, et maxime
 Christianis. Nichil enim est necessarium Christiano nisi
 propter anime salutem, et ideo pauciora de partibus philo-
 sophie eis concedenda sunt quam philosophis infidelibus,
 qui a veritate multiplicitate erraverunt. Magna etiam racio
 est quare multiplicantur mathematicalia superflue, quoniam
 difficile est percipere que de illis sunt necessaria rebus et
 scienciis. Hoc enim sciri non potest nisi ab eis qui experti
 sunt in applicacione mathematicae ad alias sciencias et res
 hujus mundi, et tales pauci sunt. Et ideo multitudine mathe-
 maticorum evanescit in superflua multiplicacione conclu-
 sionum. Set tamen qui debent tradere conclusiones has
 debent scire ad quid sunt utiles, et nullas pertractare nisi
 quarum voverit utilitatem, nam aliter inutiles sicut utiles
 congregabit. Quod si aliquas utiles dimittat quarum utili-
 tatem ignorat, melius est tamen proponere pauca certa
 quam vagari per multa quorum vel non est utilitas vel
 ignota. Et propter hoc ponam eas quarum utilitatem ex-
 pertum sum, non solum in humanis set divinis, et non
 solum in scienciis set in rebus, quamvis tamen certe satis
 juxta intentionem meam multiplico conclusiones has, tamen
 respectu multiplicacionis que est in libris, parve erunt
 quantitatis. | Et certe non magnum est in paucis effluere D. f. 56 b 1.
 set plurima compendio moderari, propter hoc dicit Oracius

cum quid precipies esto brevis ut cito dic[er]ta
 percipient animi dociles teneantque fideles.
 Omne supervacuum de pleno pectore manat.

Set si superflua congeries conclusionum spernenda est,
 multum magis demonstracionum, ut probabo. Et quia
 longe major pars conclusionum vitanda est et paucitas
 requirenda, tunc manifestum est quod omnes demonstra-
 ciones illius multiplicitatis vitande sunt et superfluunt, quia
 non querimus demonstraciones nisi propter conclusiones.
 Quoniam autem libri et doctores mathematicae insistunt
 multiplicacioni conclusionum et demonstracionum, ideo
 nullus potest pervenire ad noticiam illius sciencie secundum

modum vulgatum nisi quasi ponat .30. vel .40. annos, ut planum est in eis qui floruerunt in hiis scienciis, sicut dominus Robertus felicis memorie nuper episcopus Lincolniensis ecclesie, et frater Adam de Marisco, et magister Johannes Bandoun, et hujusmodi. Et ideo pauci student 5 in hac sciencia, et sine hac sciri non possent alie, ut superius demonstravi. Quapropter studentes latini habent maxima impedimenta sapiencie propter multiplicacionem conclusio-
num et demonstrationum mathematicae, et precipue quia huic multitudini est annexa crudelis et horenda difficultas in 10 modo demonstrandi, ita quod studentes spernunt hanc scienciam, non solum quia eis ingeritur multiplicacio conclusio-
num et demonstrationum inpertransibilis, set quia difficultas adicitur infinita.

(Capitulum quartum de demonstrationibus necessariis.) 15

SUPERFLUUNT igitur omnes demonstrationes conclusio-
num superfluarum, et hoc est ipsum multitudo demonstra-
cionum que docetur, quia paucitas conclusionum utilium
D. f. 56 b 2. inveniatur. Et nisi essent | hec superfluitas et difficultas
dampnabiles introducte in studio mathematicae, quilibet 20
posset infra annum scire quantum modo aliquis noverit
infra .20. annos, et quantum eis sufficeret in eternum; et
hoc planum est per experientiam omni homini qui hunc
tractatum mathematicae consideravit diligenter. Ceterum
de hiis utilibus conclusionibus paucissime sunt demon- 25
strande, nam demonstrationes non sunt utiles nisi propter
causas .x. certas, ut quilibet potest considerare.

Una est causa propter proposiciones famosas, quarum
demonstracionem ignorare vile est, quia sunt in ore cuiuslibet;
ut ‘quod triangulus habet .3. angulos equales duobus 30
rectis’, et ‘quod diameter quadrati sit coste assimeter’, id
est, incommensurabilis.

Alia causa est quando sunt practitudinis immense et
quasi miraculum habentes, ut est .34. primi *Elementorum*
Euclidis, et .15^a. tertii, et .30^a. ejusdem, et .28^a. Jordani *de 35*
Triangulis, et hujusmodi, sicut explicabitur suo loco.

Tertia causa est quando sunt utilitatis copiose et excellentis, sicut .4^a. .5ⁱ. *Elementorum* et .19^{ma}. .7^{mi}., et hujusmodi.

.4^a. causa est quando aliique conclusiones estimantur esse principia et non sunt; ut .3. ultime peticiones primi *Elementorum* Euclidis, et due diffiniciones .5^{ti}., scilicet .19^a. et .xi^a., que sunt de quantitatibus tribus vel .4. proporcionalibus, quarum prime ad ultimam est proporcio duplicata vel triplicata. Magnus enim error est apud omnes mathematicos istius temporis et fere apud omnes auctores, in usu illorum pro principiis cum sint demonstrabilia, sicut patebit inferius cum adhuc demonstraciones afferam efficaces.

Quinta causa est pro demonstracione illorum que male demonstrantur, et hoc fit multis modis. Unus est quando demonstrantur predicta que estimantur esse principia cum non sunt; debet igitur aliter demonstrari, aut saltem quod prius demonstratur | quam accipientur ad aliorum demonstracionem, unde .29^a. primi *Elementorum* erronee demonstratur per terciam petitionem, nam et illa peticio nondum demonstrata est apud eos qui utuntur ea in demonstracione .29^e. Et preterea illa .29^a. habet demonstracionem suam que non dependet ex illa .3. petitione, sicut docent Ptholomeus et Anaricius; et certe demonstrabo eam sine petitione illa, et postea inferam demonstracionem ad illam petitionem, et ponam eam pro conclusione .30^a. secundum ordinem naturalem conclusionum; unde auferam eam a loco petitionum, et eam in conclusionum numero collocabis. Similiter male demonstratur .5^a. primi *Elementorum* eo quod pars secunda ejus demonstratur ante primam, ergo debet preponi in conclusione sicut in demonstracione. Set bonitas in modo demonstrandi perfecta servetur, et ideo demonstranda est pars prima et per illam secunda, ut sit ordo demonstracionum sicut et parcium conclusionis. Similiter sunt alie que male demonstrantur, ut explicabitur suis locis.

Sexta vero causa est quod multa sunt demonstrabilia, quorum demonstraciones non sunt apud multitudinem

mathematicorum, nec apud doctores multitudinis nec in scriptis vulgatis magistralibus nec autenticis reperiuntur; que tamen sunt valde digna demonstracione, ut est divisio linee et anguli per quotcunque partes volumus equales. Euclides enim et omnes docent quod divisio linee et anguli fiat in partes duas, set non in partes quotcunque volumus. Hoc tamen necessarium est et perutile valde. Similiter quadratura circuli scibilis est secundum Aristotilem, sed quando composuit *Predicamenta* nescivit hoc, ut fatetur in eis. Credendum tamen quod ipse postea sciverit illud, quia 10 hiis temporibus scitur, sicut suo loco inferius elucescat.

D. f. 57 a 2. Aliqua etiam alia sunt hujusmodi que necessaria sunt, quorum demonstracio non habetur, ut inferius exponetur.

Septima causa est contumax et obstinata discolorum negacio proposicionis quequidem sunt ita contenciosi 15 quod acquiescere auctorati nocet nec aliis generibus cognoscendi utilibus. Et in tali casu maxime in aliquibus et aliquando expedit habere demonstracionem.

Octava causa necessaria, licet raro, ad declarandum in aliquibus exemplis evidenteribus quod tantus est error 20 crudelitatis in demonstracionibus quod quilibet sane mentis gaudeat se tanta pericula doctrine evasisse.

Nona etiam causa est, scilicet quod aliquando non sufficit aliud genus exposicionis, set hoc in paucis accidit.

.x^a. vero est quando multum est facilis demonstracio et 25 brevis. Tunc enim non est tedium demonstracionis, et omnibus modis certificatur proposicio et compleetur desiderium audientis. Et per hec decem ipse modus demonstrandi sufficit. Habetur qui necessarius est ut sciatur primo in hiis ubi prius reperitur, quatinus in illis exercitati contingat recte demonstracione in scienciis et rebus quibus mathematica debeat applicari, set hujus cause solucio habetur sufficienter ex demonstracionibus secundum dictas causas variatas. Qui enim sciverit demonstrare omnia in quibus incident dicte cause decem, sufficienter ad modum 35 demonstrandi poterit pervenire.

7 perutile] plu^m MS. 21 quilibet] quibus MS. 22 particula MS.
35 decem] .ix. MS. corr. interlin.

(Capitulum quintum de demonstracione per experientiam.)

SET debet alia causa assignari quoniam nulla posset induci propter noticiam conclusionum singularum utilium que in tractatu matematice habent sciri. Et probabile videtur quod ad omnes conclusiones tales demonstraciones addantur, quia demonstracio est sillogismus faciens scire, ut dicit Aristotiles primo *Posteriorum*, et jam | vulgus D. f. 57 b 1. mathematicorum non reputat se scire aliquam conclusionem nisi afferatur demonstracio, propter quod studiosi in mathe- matica et qui floruerunt in ea ocupantur magno tempore circa hanc scienciam et circiter .30. vel .40. annos. Set hoc primo est stultissimum, quia fortitudinem etatis consumunt in illa sciencia, que non est nisi quedam via in alias et in cognitionem mundi, et ideo paucissimi illorum qui sic studuerunt devenerunt ad aliquam utilitatem in scienciis aliis nec in rebus mundi cognoscendis. Secundo non est possibile habere certitudinem sciendi in omnibus per demonstraciones, secundum testimonium Aristotilis secundo *Methaphysice*, ubi vult quod hec sit una causa nostrorum errorum. Et quod hoc sit, precipue in mathematicis, probo sic: in multis enim non solum conclusionum superfluarum set utilium est tanta crudelitas demonstracionum quod mens cuiuslibet hominis abhorret, nec quiescit mens in modo demonstrandi nec in conclusione ut demonstrator, et hoc propter superfluam difficultatem. Set omne quod fit notum fit notum per nocius et per illud in quo animus quiescit, ergo per hujusmodi demonstracionis horrorem nunquam fit placida et suavis cognicio de conclusione. Et hoc evidens est, quoniam nos quantumcunque scimus demonstraciones mathematice fere omnes tradimus oblivioni statim nec potest aliquis ea retinere memoriter, set tamen scimus intellectum propositionum quantumcunque nobis excercitatis in mathematica proponuntur ac si nunquam habuissemus demonstracionem ad eas, quia penitus jam tradimus illas demonstraciones oblivioni; ergo ipse demonstraciones non dant nobis noticiam que remanet in mentibus nostris, set solum dum actu utimur demonstracione. Item,

certum est per experientiam cuiuslibet mathematici quod
 D. f. 57 b 2. aliter possumus | habere planam noticiam conclusionum et
 sine comparacione meliorem fere in omnibus quam per
 demonstracionem, scilicet per noticiam terminorum et
 significacionem ipsius conclusionis et exempla in terminis 5
 et in numeris et aliis; et ibi quiescit animus, et illa noticia
 remanet. Quapropter demonstracio superfluit nisi propter
 causas .10. dictas. Quod autem ita fit, patet exemplis
 multis de quibus postea dicendum, set nunc unum pro-
 ponam quod est pre manibus, scilicet de primis conclu- 10
 sionibus communibus, et est octava proposicio communis.
 Possem quidem in aliis que procedunt hoc idem ostendere,
 set illa placet propter magnam ejus utilitatem, ut pateat
 quod sciri potest sine demonstracione melius et cercius
 quam cum ea. Dicere igitur quod si due quantitates in- 15
 equales comparantur ad terciam, majoris ad eam est major
 proporcio, et illius ad majorem est minor. Si ergo intelli-
 gantur hii termini, scilicet major proporcio et minor, ut
 prius expositum est, et ponantur exempla in hiis numeris
 .6. .4. .2. patet hec proposicio manifeste, et quod hec noticia 20
 sit melior [quod] per demonstracionem planum est duabus
 de causis. Nam tam crudelis est demonstracio ejus quod
 unus homo habet satisfacere in ea pro una magna inten-
 cione, et vix potest ab aliquo intelligi, nec potest retineri
 memoriter, ergo nunquam dabit huic proposicioni noticiam 25
 placidam nec manentem. Et hoc patebit cum ponetur
 demonstracio ut ad oculum probetur, quod dum homo
 asspicit ad demonstracionem et negligit alium modum
 mentis nunquam sciet virtutem proposicionis, ut animus
 quiescat in luce delectabili veritatis. Ceterum forcior et | 30
 D. f. 58 a 1. melior est cognitio per experientiam quam per argumen-
 tum, sicut patet in omnibus, ut si aliquis habeat argu-
 mentum quod ignis calidus et comburens, et aliis habeat
 per experientiam, ille qui habet mille argumenta non
 fugiet combustionis periculum sicut ille qui modicam habet 35
 experientiam combustionis que alias fecit eum (scire). Set
 hec cognitio per expositionem vocabulorum et per exempla
 in terminis et per adhibicionem lineacionis et figuracionis est

per experientiam, et illa quietat intellectum et remanet,
quapropter hec est melior.

Si tu dicis mihi quod demonstracio facit scire, hoc dictum
est ad differenciam aliorum argumentorum que non faciunt
scienciam, non respectu experientie. Si dicas quod Ari-
stotiles vult primo *Methaphysice* quod experientia non
sufficit, immo quasi nichil valeat, dicendum est quod loqui-
tur de experientia conclusionis que dicit quia est et absolute
sine cognitione cause; hic autem loquor de experientia
conclusionis secundum causam. Non solum enim habetur
cognicio cause per argumentum, set per experientiam. Causa autem quare est major proporcio majoris quantitatis
ad terciam quam minoris est quia major continet illam
terciam pluries, et hoc videmus per experientiam in
exemplis ad oculum, ut in .6. et .4. comparatis ad .2^m.,
et ideo habetur per experientiam, causa queritur per
demonstracionem. Et breviter et plane habetur quod
ibi crudelissime et cum magna superfluitate stultissime
investigatur, et si volumus dicere, hic habemus virtutem
demonstracionis. Set non honus, nam per longissimas
figuraciones et crudeles et per multiplex genus arguendi
queritur causa istius conclusionis, cuius nutus est quod
major pluries continet terciam quantitatem quam minor |
quod in promctu hic habetur et sine difficultate, ut sensus D. f. 58 a 2.
non valeat oberrare. Preterea istis demonstracionibus non
utimur in rebus et scienciis set proposicionibus tantum,
quarum eciam proposicionum usus non est propter se, set
propter veritates scienciarum et rerum, ergo stultum est
laborare tam vehementer circa hujusmodi demonstraciones,
et maxime cum sciamus quod sint demonstrabiles et quod
autentice sunt et famose, ut nullus debeat dubitare de earum
falsitate nec eis contradicere liceat propter auctoritatem,
precipue cum quilibet qui novit aliquid dignum in mathe-
matica poterit eas demonstrare cum sue placuerit voluntati.
Et preterea omnino debemus cessare a demonstracione cum
omnes proposiciones mathematice communes et ille que in
geometrica et arsmetrica continentur, quia de hiis specia-
liter loquitur. Sunt principia ad omnia demonstrandum

que sunt in sciencis et rebus, et sic habent utilitatem maximam, et nullam fere ut sunt conclusiones, sicut quilibet sapiens considerat; quapropter non sunt digne secundum se labore demonstrandi, set vitande sunt demonstraciones nisi in casibus assignatis. Et iterum patet per principia, nam nullus mathematicus, non discipulus nec magister, potest dubitare de principiis nec eis contradicere postquam dictam cognitionem per experientiam habuerit, scilicet per cognitionem terminorum et figuracionem debitam eis, et per exempla in numeris vel aliis; secundum quod competit, nec requiritur alia cognitio ab eo qui addiscit illas propositiones que vocantur principia, et tamen scimus quod ad quodlibet principium sunt raciones et demonstraciones per vias methaphysice. Et Alhacen.²⁰ *Perspective* docet demonstrare hoc principium 'Omne totum est majus sua ¹⁵

D. f. 58 b 1. parte'. Si ergo discipulus in geometria | nollet acquiescere magistro donec adduceret ei demonstraciones ad principia, stultus esset, quare similiter stultus est quando petit demonstraciones ad conclusiones nisi propter aliquam causarum superius eductarum. Et certe nos scimus quod ²⁰ scienciarum omnium conclusiones et principia possent ordinari, sicut in geometria, et firmari conjunctum per argumenta cuiilibet apta, etiam per demonstraciones secundum genus et naturam cuiuslibet sciencie, ut in logica et grammatica et naturalibus et omnibus. Set stultum esset ²⁵ hoc, cum tamen sunt multe sciencie meliores, et maxime geometria et ars metrica et communibus mathematice, de quibus precipue loquor in hac parte. Quapropter stultum est vacare hiis demonstracionibus nisi quando aliqua causa dictarum nos penitus constringat. Hec igitur sufficient ad ³⁰ presens, nam quod plus requiritur apud methaphysicam invenitur, quia illa docet quomodo omnia habent probari et doceri, sicut in *tractatu meo methaphysico* manifeste declaratur.

(Capitulum sextum de quibusdam propositionibus cum suis demonstracionibus.)

ET ostenso quod pauce proposiciones mathematice sufficientiunt rebus et scienciis et pauciores demonstraciones, nunc eligende sunt hujusmodi proposiciones cum suarum demonstracionum raritate. Et quia conclusiones toti mathematice volo prius colligere, cum 'nata sit nobis via a communibus ad propria', non posite sunt per ordinem in libris autorum, ne tamen ignorentur, et lata eorum autenticata, et precipue verum afere demonstracionem signabo quamlibet juxta suum locum, ut per autores suos evidenciam recipient et vigorem. Sique vero addere volo | que non sunt autentice, illas sufficienter declarabo D. f. 58 b2. ut nulla de eis dubium relinquatur. Proposiciones autem ille que sunt in .5^{to}. Euclidis et eis consimiles sunt priores omnibus, quia figuris et numeris et omnibus rebus mathematicis convenient et ceteris rebus et scienciis mathematica mediante, quas ocultavit Euclides in loco non suo forsan propter indignos sua sapiencia, nec tamen studiosos possit latere, aut forsan magis propter alias causas quas in principio hujus voluminis circa opera sapientum explicavi. Non omnibus vero proposicionibus indigemus set aliquibus, nec illas omnes demonstrabo, set duas tantum. Ad alias vero ponam exposicionem faciliorem, de qua prius feci mencionem. Octavam autem demonstrabo propter unam causam decem dictarum, scilicet ut videatur crudelitas demonstracionum horribilis que in hoc libro regnat, ut hujusmodi dampnabilis consumpcionis temporis evitetur. Conversam autem proporcionalitatem volo demonstrare quia non est multum difficilis, et quia proporcionalitas hec est utilis; et ne videatur principium cum sit conclusio, quia Euclides eam sicut alias non demonstrat, et licet non demonstret eversam, tamen quia hec proporcionalitas crudelis est secundum se et raro in usu, et patet ex permutata proportione, adjuvante .19^a. hujus quinti, et quilibet potest cum voluerit eam demonstrare, ideo supersedeo ad hoc

26 scilicet] set MS.

34 permutata] permitata MS.

tempus. Sit igitur proporcio a ad b sicut c ad d , volo ergo demonstrare quod erit b ad a sicut d ad c . Suman-

D. f. 59 a 1. d | equemultiplicia eritque per conversionem diffinicionis quantitatuum in continuo proporcionalium, videlicet e et g 5

itemque f et h similiter, se habeant in addicione et diminu-
cione et equalitate. Intelligo tunc b primum, a secundum,
 d tertium, c quartum, sumpta sint ad primum et tertium
 g et h , itemque ad secundum et quartum equemultiplicia;
et quia multiplicia primi et secundi, que sunt g et e , simi-
liter se habent multiplicibus tertii et quarti, que sunt h et
 f , in adicione et diminucione et equalitate, erit per dictam
diffinicionem proporcio b primi ad a secundum sicut
 d tertii ad $\langle c \rangle$ quartum, quod est propositum. Constat igitur
modus arguendi qui dicitur proporcionalitas conversa. 15

‘Si fuerint quotlibet quantitates aliarum totidem equemultiplices, aut singule singulis equales, necesse est quod admodum una earum ad sui comparem, totumque ex hiis aggregatum ad omnes illas pariter acceptas similiter se habere.’ Sint quotlibet quantitates abc , aliarum totidem que 20
sunt def , equemultiplices unaqueque ad suam comparem,
aut singule singulis sint equales, ita scilicet quod si $\langle a \rangle$ sit
multiplex d ita b est multiplex e , et c multiplex f , vel si a
est equalis d , quod similiter b sit equalis e , et c sit equalis f ,
dico quod sicut se habet a ad d , ita se habet aggregatum 25
ex omnibus que sunt abc ad aggregatum ex omnibus
que sunt def .

(Capitulum septimum de aliis propositionibus.)

‘Si fuerit primum secundi et tertium quarti equemultipli-
cia, ad primum vero et tertium multiplicaciones sumantur 30
equales, erunt multiplex primi ad secundum atque multi-
plex tertii ad quartum equemultiplicia.’ Sint .6. quantita-
tes a prima, b secunda, c \langle tertia, d \rangle quarta, e quinta, f sexta,

D. f. 59 a 2. sitque a ad b et c ad d , itemque e ad a et f ad c , | equemultiplices, dico quod sicut e est multiplex ad b , ita f ad d . 35

25 ita] ut a MS.

‘Si fuerint due quantitates quarum una sit pars alterius, minuaturque ab utraque ipsarum, pars erit reliquum reliquo atque totum totiequemultiplex.’ Vel sic erit reliquum reliqui tota pars quota tota tocius. Sit quantitas *ab* tota quantitatis *cd* quomodo *eb* ipsius *ab*, minuaturque *ab* ex quantitate *cd* et sit residuum *f*(*c*) critque *fd* equalis *ab*. Similiter quoque minuatur *eb* ex quantitate *ab* sitque residuum *ea*, dico quod quota pars est quantitas *ab* quantitatis *cd*, tota est quantitas *ae* quantitatis *cf*: et quod hec proponit in quantitatibus 19^a, proponit universaliter in omnibus totis, et ideo illa per hanc intelligenda est.

‘Si due quantitates equales ad tertiam quamlibet comparentur, earum ad illam erit una proporcio, itemque illius ad ambas proporcio una.’ Nona est ejus conversa, que ex hac patet. Sint due quantitates equales *ab* que comparentur ad quamlibet tertiam ut ad *c*. Dico quod eadem est proporcio *a* ad *c* et *b* ad *c*, itemque eadem *c* ad *a* et *c* ad *b*. Primum sic probatur: cum enim *c* sit consequens ad *a* primam et ad *b* tertiam, ipsa erit in ratione secunde et quarte. Sumam igitur *d* ad *a* primam et *e* ad *b* tertiam equemultiplices, et sumam *f* quamlibet ex multiplicibus *c* que est secunda et quarta; et quia *a* et *b*, quarum sunt equemultiplices *d* et *e*, posite sunt equales, erit ut si *d* dividatur secundum quantitatem *a*, et *e* secundum quantitatem *b*, quod partes utrobique sint numero et quantitate equales, in numero quidem per ypothesim propter equalitatem multiplicacionis utrobique, quantitate autem per hanc communem scienciam quociens oportuerit repetitam *D. f. 59 b r.* que eidem sunt equalia sibi etc. Quia igitur prima ex partibus *d* est equalis prime ex partibus *e*, et secunda secunde et cetere ceteris. Suntque tot partes in *d* quot in *e*, erit per primam hujus *d* equalis *e*, quare aut ambe quantitates *d* et *e* sunt similiter maiores *f*, aut similiter minores aut sibi equales. Arguitur igitur ex diffinizione incontinue proportionalitatis ‘que est proporcio *a* prime ad *c* secundam eadem est *b* tercie ad *c* quartam’, quod est positum. Secundum eodem modo probabis ordine converso, ut *c* ponatur prima et tercia, *a* vero secunda, *b* quarta, cum enim

quantitas f que est equemultiplex prime et tercie, sit aut similiter major quantitatibus d et e , que sunt equemultiplices secunde et quarte; aut similiter minor aut eis equalis, erit per eandem diffinicionem proporcio c prime ad a secundam sicut $\langle c \rangle$ tercie ad b quartam, quod est secundum.

‘Si due quantitates inequaes ad unam quantitatem proporcionentur, major quidem majorem, minor vero minorem optinebit proporcione, illius vero ad illas ad minorem quidem proporcio major, ad majorem vero minor erit.’ Sint due quantitates inequaes a et bc sitque major bc , et 10 proporcionentur ad eandem quantitatem que sit d . Dico quod major est proporcio bc ad d quam a ad d , et quod contrarie major est d ad a quam d ad bc . Primum sic probatur: ponam be equalem a , et multiplicabo tociens ec quod proveniat major quantitas d , sitque fg , et sumam kf ,

D. f. 59 b 2. ita multiplicem be , et similiter h ita multiplicem $|a$. Sicut fg est multiplex ec , eritque per primam hujus h , ita multiplex a , sicut kf est multiplex bc et eciam h equalis kf propter hoc quod earum equesubmultiplices que sunt a et bc posite sunt equales. Ponam quoque quod h non sit 20 minor d set equalis aut major, tociens enim multiplicabo unamquamque trium quantitatum ec be et a equaliter, quod fg multiplex ec proveniat major d , et quod h multiplex a non proveniat minor eadem. Deinde tociens multiplicabo d quod proveniet quantitas major h . Sitque m prima 25 quantitas multiplicium d , que sit major h : sub qua sumam maximam multiplicem d aut sibi equalem. Si m est prius in ordine multiplicium d que sit b , eritque ut l non sit major b , et constabit m ex d et b propter id quod omne multiplex constat ex proximo precedenti multiplici et simplo, 30 ut triplum ex duplo et simplo, excepto primo multiplici quod constat ex bis simplo. Quia ergo h est equalis kf , non erit kf minor l , itaque kf et d non efficient minus quam l et d quare non efficient minus quam m . Et quia fg est major d , erit kf major quam m . Intelligo igitur quantitatem bc primam, d secundam, a terciam, d quartam, et quia ad primam et terciam sumpta sunt equemultiplicia,

scilicet $k\cdot g$ et h ; similiter quoque ad secundam et quartam equemultiplicia, immo idem in ratione duorum quod est m , et addit $k\cdot g$ multiplex prime super m multiplex secunde, non addit h multiplex tercie super m multiplex quarte, erit per 5 diffinicionem majoris inproporcionalitatis major proporcio $b\cdot c$ prime ad d secundam quam a tercie ad d quartam: quod est primum. Secundum probabis per eandem diffinicionem converso ordine, ut d sit prima et tercia, a secunda, $b\cdot c$ quarta. Addit enim m multiplex | prime super h multi- D. f. 60 a 1.
 10 plicem secunde; non addit autem m multiplex tercie super $k\cdot g$ multiplicem quarte; quare major est proporcio d ad a quam d ad $b\cdot c$: quod est secundum. Ex hujus autem demonstracionis modo patet sufficiencia diffinicionis majoris inproporcionalitatis quam posuit autor in principio *Quinti*. Nus-
 15 quam enim est major proporcio quatuor quantitatum prime ad secundam quam tercie ad quartam, quin conti(n)gat aliqua equemultiplicia ad primam et terciam reperiri, que cum relata fuerint ad aliqua equemultiplicia secunde et quarte invenietur multiplex prime adde super multiplex secunde,
 20 non autem multiplex tercie super multiplex quarte. Hec autem multiplicia sic inveniemus, sicut demonstrabimus infra super decimam hujusmodi. Et similiter si ad aliquam illarum duarum tercie sit major proporcio illa erit minor, ut ad .4^m. .2^{us}. habet majorem proporcione quam ad .6^m.
 25 et ideo .4^{us}. est minor.

‘Si fuerint quantitatum proporciones alicui uni equales ipsas quoque sibi invicem equales (esse) necesse est.’ Quoniam vero Thebit in libro suo *de Kata* facit magnam vim de proporcionalibus .6. quantitatum quarum proporcio prime ad 30 secundam componitur ex proporcione .3. ad .4^{am}. et .5^{te}. ad .6^{tam}., et in hiis pulchra relucet consideracio, ponitur hic inter communia capitulum super hoc cui aliqua necessaria sunt et ideo hic premittentur.

(Distinccio quarta de mediis proporcionalibus.)

35 QUELIBET media proporcionalia earundem extremitatum sunt equalia. Sint b et c media proporcionalia inter a et d , tunc nisi sint equalia, sit b major quam c et a . Sit major

extremitas ergo a ; plus superat c quam b , set b et c proporcionaliter superant d et superantur ab a cum sint media proporcionalia inter a et d , ergo c plus excedit d quam b excedit idem d , ergo c major est quam b . Contraria falsigraphicum, ergo stabit proposicio[nem]. | 5

D. f. 60 a2. Si denominacio proporcionis quorumlibet duorum extre-
morum ducatur in secundum, producetur primum, quodcunque eorum dicatur primum, quia per diffinicionem denominacionis quantitatis divise ad dividentem divisio primi per secundum erit denominacio, ergo ducta deno- 10 minacione in secundo producetur primum.

.2^a. duobus quibuslibet interposito medio cuius ad utrumque duorum sit aliqua proporcio, componetur primi ad tertium proporcio ex primi ad medium et medii ad extre-
tum proporcionibus. Sit enim inter a et c , b medium, 15 sitque ipsius b ad utrumque eorum aliqua proporcio, erunt igitur ex diffinicione proporcionis $a b c$ ejusdem generis, quare per conversam diffinicionem proporcionis inter a et c erit aliqua proporcio. Dico igitur eam componi ex ea que est a ad b et ex ea que est b ad c . Sit enim d deno- 20 minacio ejus que est a ad b , et e ejus que est b ad c , f vero ejus que est inter a et c ; quia igitur ex f in c fit a , et ex e in c fit b , per primam proporcionem erit per ydempti-
tatem proporcionis multiplicancium et productorum prius tactam f ad e ut a ad b , quare cum d sit denominacio pro- 25 porcionis que est a ad b , erit eciam denominacio ejus que est f ad e ; quare per eandem, scilicet primam proporcionem, ex d in e fit f . Quia igitur denominacio a ad c producitur ex denominacione a ad b et ex denominacione b ad c , erit per diffinicionem composite et producte proporcionis a ad 30 c composita ex a ad b et b ad c .

Quotlibet mediis inter duo extrema positis erit proporcio extre-
morum ex omnibus intermediis composita. Sint enim inter a et d duo media b et c , dico tunc a ad d constare ex a ad b et b ad c et c ad d . Per precedentem enim consta- 35 bit a ad d ex a ad b et b ad d . Set b ad d constat ex b ad c et c ad d per eandem, quare a ad d constat ex a ad b et b ad c et c ad d . |

Si aliqua proporcio componitur ex duabus, ejus con- *D. f. 60 b 1.*
 versa componitur ex conversis. Sit a ad b composita ex c
 ad d et e ad f , dico quod b ad a componitur ex d ad c et f
 ad e . Tocius capituli hujus intencio de facili sic colligitur :
 sumptis quibusdam quantitatibus, si proporcio prime ad se-
 cundam componatur ex proporcione tercie ad quartam et
 ex proporcione quinte ad sextam, tunc cum sunt .30. pro-
 porciones ex comparacione cuiuslibet istarum .6. quantitatum
 ad aliam, ut patet ex tabula prima. Quilibet illarum com-
 pone ex duabus proporcionibus inter .4. si prima est sic
 composita, nam illa est radix omnium aliarum, et hec est
 proporcio prime ad secundam. Set si consideremus ordi-
 nem .4^{or}. quantitatum quarumlibet datarum duabus amotis
 quarum proporcio debet componi ex proporcionibus alia-
 rum .4., non est possibile quod sint ordines .4. quantitatum
 nisi .12. secundum veritatem differentes, sicut patet in
 tabula que continet illos ordines. Si igitur ymaginaverimus
 quamlibet dictarum proporcionum .30. componi quibus-
 cunque modis, poterit fieri per ordinem .4. quantitatum ex
 quarum proporcione proporcio aliarum ductarum compo-
 natu, tunc ymaginabimur tricesies .12. et hujusmodi faciunt
 .360. composiciones, quare possumus ymaginari tot compo-
 siciones si .6. quantitatum proporcio primi ad secundum
 componatur ex proporcione aliarum .4. Set licet sic se-
 cundum ymaginacionem possumus estimare tot compo-
 sitionum modos, scilicet .360., tamen solum possibles
 secundum rei veritatem et utiles erunt .30. et omnes alie-
 erunt impossibilis et ita inutiles, quod patet sic. Nam .18.
 de illis triginta sunt solum utiles sicut autoritas Tebit et
 ejus consideracio demonstrativa docent; et ideo .12. residue
 erunt inutiles et impossibilis. Set quelibet illarum .12.
 potest estimari componi .12. modis secundum ordines .4.
 quantitatum, et duodecies .12. sunt .144., | quare ex hac *D. f. 60 b 2.*
 parte .144. sunt impossibilis. Preterea cum quelibet ista-
 rum .18. possit estimari componi .12. modis secundum illos
 .12. ordines .4. quantitatum, ut tactum est, non est possibile
 secundum veritatem quod componantur nisi duobus modis
 tantum de illis .12., ut Thebit dicit et ostendit. Qua-

propter evacuantur non solum .12. proporcionum inutilium composiciones de quibus prius tactum est, quarum quelibet possit estimari componi .12. modis, qui omnes congregati faciunt .144., set nunc secundo circa .18. utiles oportet evacuari cujuslibet istorum compositionem secundum .10. 5 modos inutiles, et ideo evacuabuntur decies octies .10., qui sunt .180., quibus additis ad priores inutiles erunt de inutilibus .324., quare non remanebunt nisi bis decem et octo, qui faciunt .36., qui si addantur ad .324. erunt .360., ut a principio habitum est. De istis vero .18. novem sunt converse 10 aliarum novem. Tebit vero omnes istos modos ostendit veraciter componi duobus modis, ut sint .36. omnibus collectis qui sunt utiles, set tamen in suo libro *de Fata* non tenet partitum, nam juxta suum modum probandi undecimum modum hic positum ponit .7^o. loco et .12^m. in octavo, set 15 hic ponuntur modi secundum evidenciam probacionis que hic currit. Ut cum .9. sunt converse aliarum priores .9. ostenduntur hic quod fiant duobus modis ut sint .18., et per .4^{am}. propositionem patet quod si priores .9. duplicate sunt vcraces, est et converse erunt vere, et ideo .9. converse duplicate sunt similiter possibles si<cut> .9. priores duplicate, et ideo erunt .30. utiles et possibles et omnes alie impossiles.

Cum .6. quantitatum proporcio prime ad secundam composita fuerit ex proporcione .3^e. ad .4^{am}. et .5^e. ad .6^{am}. accidunt .360. species compositionum [quarum duarum comparatur possit esse .24. quoniam .5. et .9. sunt idem et .3.] non sunt secundum veritatem set secundum yimaginacionem. Nam tantum .36. sunt possibles et utiles, omnes alie, scilicet .324., sunt impossiles sicut patet per Thebit in libro suo D. f. 61 a 1. et currit demonstracio | super hoc sicut quilibet potest 30 experiri. Ut tamen compendiosus hujus rei intellectus in promptu habeatur, considerandum quod proporciones istarum .6. quantitatum sunt .30., nam *a* comparatur ad reliqua .5., scilicet *b c d e f*, quinque modis in quibus *a* est primum extremum proporciorum, ut proporcio *a* ad *b* et sic 35 ulterius, et .5. sunt converse proporciones in quibus *a* est

secundum extremum .5. proporcionum; et ideo α comparatum ad alia facit .10. proporciones et b per consimilem rationem faciet octo, et has tantum que sumuntur respectu aliarum .4. quantitatum que sunt $c d e f$ in quarum .4. b est 5 primum extremum, et in conversis est secundum. Proporciones autem quas potest b ad α jam sumpte sunt per comparacionem α ad b et b ad $d c$, et per hanc viam c habebit sex proporciones et d .4. et e duas. Sunt igitur in universo .30., scilicet .15. prime in quibus sex quantitates per ordinem sunt 10 prima extrema, et .15. converse sicut in hiis tabulis patet.



$E - F$

Si vero omnes iste .30. sive aliique componantur ex proporcionibus .4. quantitatum, hoc eciam apud ymaginacionem poni non potest nisi .12. modis realiter diversis. Nam licet ordines .4. quantitatum ex quarum proporcione pro- 15 porcio istarum duarum comparatur possint esse .24. quoniam .5. et .9. sunt idem, et .3^{us}. et undecimus, et .12^{us}. et .13^{us}. et .6^{us}. et .15^{us}. et primus et .17^{us}. et .7^{us}. et .18^{us}. et .10^{us}. et .19^{us}. et .16^{us}. et .20^{us}. et .4^{us}. et .21^{us}. et .14^{us}. et .22^{us}. et .2^{us}. et .23^{us}. et .8^{us}. et .24^{us}. sicut patet in hac tabula de 20 ordine .4. quantitatum que sunt $c d e$ et f ex quarum proporcionibus componatur proporcio α ad b . |

	1	c	d	e	f
25	2	c	d	f	e
	3	c	e	d	f
	4	c	e	f	d
9	5	c	f	d	e
	6	c	f	e	d
	7	d	c	e	f
	8	d	c	f	e
30	9	d	e	c	f
	10	d	e	f	c
3	11	d	f	c	e
	12	d	f	e	c

D. f. 61 a 2.

12	13	e	c	d	f	Prima linea continua ex
	14	e	c	f	d	figuris algorismi ab unitate
6	15	e	d	c	f	ad .24. ponit numerum
	16	e	d	f	c	ordinum ymagonalium, et
1	17	e	f	c	d	post hanc lineam ponuntur 5
7	18	e	f	d	c	ordines quilibet indirecte
10	19	f	c	d	e	sui numeri. Numeri vero
16	20	f	c	e	d	extra posita ut .9. contra
4	21	f	d	c	e	.5. et sic de aliis ostendunt
14	22	f	d	e	c	qui ordines sunt idem, 10
2	23	f	e	c	d	unde secundum rem non
8	24	f	e	d	c	sunt nisi .12. ordines di-

versi et distincti ut patet in hac tabula que sequitur.

1	c	d	e	f	
2	c	d	f	e	15
3	c	e	d	f	
4	c	e	f	d	
5	c	f	d	e	
6	c	f	e	d	
7	d	c	e	f	20
8	d	c	f	e	
9	d	e	f	c	
10	d	f	e	c	
11	e	c	f	d	.
12	e	d	f	c	25

D.f.61 b 1. Sicut vero sunt .12. ordines istarum .4^{or}. quantitatum *cdef* ex quarum proporcionibus componi debet proporcio que est *a* ad *b*, sic si ponamus *a* et *c* primas quarum proporcio componatur ex proporcionibus harum .4. quantitatum que sunt *bdef* erunt .12. ordines istarum .4. secundum formam 30 tabule nunc facte, et ex ordinibus istarum .4. *cdef* et similiter in quecumque due quantitates istarum .6. ponantur prime quarum proporcio componatur ex proporcionibus aliarum .4. propter illarum .4^{or}. erunt .12. ordines et ita cum sint .30. proporciones reperte inter illas .6. quantitates, et (quia) 35 quelibet illarum potest poni in prima et potest estimari

componi ex proporcionibus aliarum .4., erunt triginta tabule
 quarum quelibet habebit .12. ordines secundum quatuor
 quantitates positas, unde si proporcio $e:f$ que est .15^{ma}. de
 triginta ponatur prima et componi ex proporcionibus .4.
 5 quantitatuum, ille .4. erunt $a:b:c:d$, et habebunt ordines .12.
 Et sic est intelligendum quecunque prime ponantur quarum
 proporcio debeat componi ex proporcionibus aliarum .4.,
 unde semper cuilibet proporcioni duarum quantitatuum
 componende respondent .12. ordines residuarum .4. quanti-
 10 tatum que in tabula suprema habent poni sicut nunc sunt
 positi ordines .12. .4^{or}. quantitatum $c:d:e:f$, ex quarum pro-
 porcionibus dicatur proporcio a ad b componi que posita
 est prima; quelibet igitur proporcio de .30. predictis potest
 estimari componi .12. modis sibi propriis qui inter .4^{or}.
 15 quantitates residuas possunt fieri. Et cum hec ita sint,
 tamen veritas non respondeat estimacioni, nam solum .18.
 de illis proporcionibus .30. possunt componi, et adhuc nulla
 illarum .18. potest | componi omnibus illis modis .12., set D. f. 61 b 2.
 solum duobus, scilicet primo et tercio; et quoniam .12.
 20 proporciones de illis .30. non possunt componi secundum
 aliquem istorum .12. ordinum .4. quantitatum qui in hac
 presenti tabula sunt positi, ideo duodecies .12. composiciones
 ymaginate sunt inutiles et impossibilis, que sunt .144.
 Preterea .18. que possibles sunt non possunt componi nisi
 25 duobus modis de istis .12. ordinibus .4. quantitatum, scilicet
 primo modo et tercio, et ideo decies octo decem composi-
 ciones sunt impossibilis, que sunt .180., quibus additis ad
 priores inutiles, scilicet .144., erunt in universis inutiles
 .324., quare non remanebit de utilibus nisi bis .18. que
 30 faciunt .36., quibus additis ad priores inutiles, scilicet .324.,
 erunt in summa per ymaginacionem .360. composiciones,
 licet secundum veritatem solum .36. sint utiles.

Et hec specialius considerando . . . 8. presentibus tactis;
 set .9. de primis sunt utiles ad compositionem et alie sex
 35 sunt inutiles. Erunt igitur .9. utiles et .6. omnino inutiles
 secundum .12. modos compositionum cuilibet respondentes,
 quare sunt secundum hoc .72. inutiles compositiones, et

cum .9. utiles predicte componi possunt duobus modis de .12. modis componendi, erunt .18. utiles. Quoniam vero non possunt componi aliis .10. modis illorum .12., erunt inutiles adhuc novies .10. que faciunt .90., quibus .90. additis ad priores inutilès .72., accrescunt inutiles .162.; et de conversis eodem modo sunt .18. utiles et .162. inutiles per sextam propositionem que dicit: 'Si qua proporcio componatur ex duobus conversa componetur ex conversis'; D. f. 62 a 1. quapropter erunt inutiles bis .162., que sunt .324., ut patet, et bis .18. utiles que sunt .36., ut hec computacio specialis ostendit priori (loco).

Considerandum igitur quod de primis .15. sunt .4. conclusiones. Una est quod .9. proporciones possunt componi. .2^a., quod .6. residue sunt omnibus modis impossibilis componi. .3^a. est quod .9. utiles sunt possibiles componi duobus modis de .12. ordinibus. .4^a. consideracio est quod aliis modis .10. non sunt possibiles. Et alie .15. converse habent similiter .4. conclusiones per sextam propositionem; quapropter visis conclusionibus .4. circa .15. primas proportiones possent (esse) conclusiones circa conversas. Prima autem conclusio et tercia sunt utiles, quia habent compositiones possibiles et utiles, et ideo de illis aliter dicendum est sub compendio. Novem igitur ille proportiones utiles ad componendum sunt *ab*, *ac*, *ae*, *bd*, *bf*, *cd*, *cf*, *de*, *df*. Proporcio igitur *a* ad *b* componitur duobus modis, scilicet primo et sexto de .12. ordinibus. Set primus modus supponitur pro radice, scilicet quod proporcio *a* ad *b* componatur ex proporcione *c* ad *d* et ex proporcione *e* ad *f*. Hanc enim supponit Tebit, qua data sequuntur omnes alie possibles. Et statim sequitur ex hac compositione secunda composicio proporcionalis *a* ad *b* que (est .6.) inter .12. ordines. Nam si proporcio *a* ad *b* componitur ex proporcione *c* ad *d* et ex proporcione *e* ad *f*, tunc eadem proporcio *a* ad *b* componetur ex proporcione *c* ad *f* et ex proporcione *e* ad *d*, et hoc est quod si proporcio primi ad secundum componatur ex proporcione tertii ad quartum et ex proporcione quinti ad sextum, tunc eadem proporcio primi ad secundum componetur ex proporcione tertii ad .6^m. et ex proporcione

.5^{ti}. ad .4^m. super quod currit demonstracio in hunc modum.

Ponam | enim inter c et f d et e , sic in figura $\begin{array}{c} c \\ d \\ e \\ f \end{array}$, quare D. f. 62 a 2.

per .4^{am}. de premissis conclusionibus proporcio c ad f erit
composita ex proporcione c ad d et ex d ad e et ex e ad f ,
quare si ei proporcioni, que est c ad f , conjungam propor-
cionem que est e ad d , dicam quod hee due constabunt ex
proporcionibus que sunt c ad d , et d ad e , et e ad f , et e ad
 d , quia proporcio c ad f valet tres primas, et proporcio que
est e ad d valet seipsam. Set hee proporciones due que
sunt c ad d et e ad f constant ex eisdem, scilicet c ad d et d
ad e et e ad f et e ad d ut probabo, quare proporcio c ad f
et e ad d sunt sicut c ad d et e ad f . Quod vero proporcio
 c ad d et e ad f constet ex proporcione c ad d , et d ad e ,
et e ad f , et e ad d , probacio: ponam enim inter c et d

$\begin{array}{c} c \\ d \\ e \\ f \end{array}$; erit igitur per quartam propositionem
 d

proporcio c ad d composita ex proporcione c ad d et d
ad e et e ad d , quare si ei proporcioni, scilicet c ad d , con-
jungam proporcionem que est e ad f , constabunt iste due
ex proporcionibus c ad d , et ex d ad e , et ex e ad d , et ex
 e ad f . Set ex eisdem et tot proporcionibus constabunt
proporciones c ad f et e ad d , ut manifestum est quamvis
prius ponebatur proporcio e ad f ante proporcionem e ad
 d , et nunc e converso. Set hoc non impedit, quia eadem
et tot sunt proporciones hinc et inde, quare per concepcio-
nem hanc, que ex eisdem et tot sunt composita sunt eadem
sive idem valent, proporcio c ad f et e ad d valebunt pro-
picias c ad d et e ad f . Si igitur proporcio a ad b
componatur | ex proporcione c ad d , et e ad f , ut supponitur D. f. 62 b 1.
pro radice, eadem componetur ex proporcione c ad f , et e
ad d , et ita probatur secunda composicio ex prima. Secun-
dum vero quod proporcio prima que est a ad b componitur
duobus modis, scilicet primo et tertio, positis in tabula que
fit ex ordinibus istarum .4. quantitatuum que sunt $c d e f$, sic

proporcio .2^a. que est : $a:c$ componetur duobus modis qui sunt de .12. ordinibus harum .4. quantitatum $b: def$. Quoniam istarum .4. sunt .12. ordines sicut prius dictarum, scilicet $c: def$, et sicut proporcio que est a ad b fuit composita solum duobus modis ordinatis in tabula facta ex $c: def$, scilicet 5 primo et sexto illorum modorum, similiter erit hic quod proporcio a ad c erit composita tantum duobus modis ordinatis in tabula facta de $b: def$, scilicet primo et tercio modo. Nam suppono quod proporcio a ad b componatur ex proporcione c ad d , et e ad f , tunc sequitur quod proporcio a ad c componetur ex proporcione b ad d et e ad f , sicut Tebith dicit et demonstrat. Et quilibet potest experiri quod hec proporcio a ad c non solum componetur hoc modo, qui est primus in sua tabula continente .12. ordines harum .4. quantitatum $b: def$, sed componetur tercio 15 modo hujus tabule, scilicet ex proporcione b ad f , et e ad d , nam universaliter istud tenet de omnibus proporcionibus componendis: ‘Quod si proporcio prime ad secundam componetur ex proporcione tercie ad .4^{am}. et ex proporcione .5^{te}. ad sextam, tunc eadem proporcio prime ad 20 secundam iterum componetur ex proporcione .3^e. ad .6^{am}.

D. f. 62 b 2. et .5^e. ad .4^{am}., | vocando primam quantitatem et secundam inter quas assignatur proposicio componenda, ita quod prima sit primus tertius illius proporcionis ut a , et in hac tercia compositione proporcionis et in quarta similiter est 25 prima et c secunda et b tercia et d quarta et e quinta et f sexta, nec est aliud in hiis duabus compositionibus et in primis variatum, nisi quod in prioribus b fuit secunda quantitas et c tercia, nunc est e converso. Et consimilis omnino demonstracio elicet .4^{am}. compositionem ex .3^a. sicut 30 secundam ex prima, positis mediis convenienter in extrema secundum formam prescriptam, ut nunc inter b et f ponenda sunt d et e sicut prius inter c et f , atque inter b et d ponenda sunt d et e sicut prius inter c et d , et fieri demonstracio ut prius. Cum igitur de .15. primis proporcionibus compo- 35 nendis novem sint possibles, et quilibet potest componi duobus modis compositionum, ut sic, sint .18. compositiones circa .9. proporciones, ille compositiones que sunt in inpari

loco omnes preter primam habent denominaciones proprias et principale, ut .3^a. composicio et .5^a. et .7^a. et .9^a. et undecima et .12^a. et .15^a. et .17^a. Prima autem non demonstratur set supponitur pro radice omnino, quia nisi illa daretur non possent alie haber. Composiciones autem que sunt in loco pari ut .2^a., .4^a., .6^a., .8^a., .10^a., .12^a., .14^a., .16^a., .18^a. non habentur demonstracionibus propriis set una communi per quam habetur secunda composicio ex prima. Per eandem enim viam habetur quelibet que est in loco pari ex compositione in pari si terminibus assignentur.

Sic igitur habentur .9. proporciones compositione dupli modo compositionis, et non possunt aliis modis componi, sicut autoritas et demonstracio docent et quilibet potest experiri. |

15 Unde evacuantur nonies decem compositiones ymaginate D. f. 63 a 1.
que sunt .90., ut prius dictum est, et sex proporciones residue de .15. primis, que sunt a ad d , a ad f , b ad c , b ad e , c ad e , d ad f , non possunt componi aliquo modorum compositionis sicut demonstracio et autoritas probant. Quare
20 evacuantur sexties .12. compositiones que sunt .72., quibus additis ad priores sunt .162. compositiones inutiles et impossibles. Et quoniam inutiles sunt et impossibles non oportet circa eas tempus amitti, precipue cum autoritas sit ad hoc et demonstracio aperta est cuilibet. De conversis
25 vero .15. propositionibus satis dictum est, et patet quod idem est judicium sicut de primis .15., et ideo circa has non est amplius laborandum. Ex omnibus autem hiis una conclusio elicienda est que continet in se .36. conclusiones particulares, et hec conclusio utilis est composita et condicionalis, cuius antecedens est prima composicio prime proporciones que est 'Inter duas primas quantitates de sex quantitatibus positis', et est hoc antecedens quod proporcio a ad b composita est ex proporcione c ad d et e ad f , ex quo sequitur consequens quod continet in se .35. compositiones, nam ex hac posita pro radice sequuntur omnes alie, et quilibet potest eadem invicem colligere et simul inferre ex prima. Set nulla de hoc utilitas est, propter quod dimitto. Hee igitur de *utraque translacione libri* Tebit

D. f. 63 a 2. de hac materia estimavi colligende, ut hoc tantum habeatur pro memoriali cum sufficiat cuilibet ad plenam intelligentiam omnium eorum | que sunt de hac materia.

(Capitulum secundum continens proposiciones necessarias.)

5

‘OMNE parallelogramum rectangulum sub duabus *lineis* continens angulum rectum ambientibus dicitur contineri.’ Specie non numero ne videatur derogare ultime petitioni, scilicet ‘duas rectas lineas superficiem nullam concludere’, ibi enim duas appellant numero, hic specie. *ab* namque et *cd* cum sint equales, quasi una reputantur, similiter quoque *ac* et *bd* siquidem *ad* per ablacionem continetur *lineis ab, ac*, quia hinc *ab cd* equales, inde *acb d* terminos claudunt.

‘Omnis parallelogrami spacii eaquidem que diametros per medium secat parallelograma circa eandem diametrum consistere dicuntur; eorum vero parallelogramorum que circa eandem diametrum consistunt, quodlibet unum cum duobus supplementis gnomo nominatur.’ Omnis parallelogrami spacii ut hujusmodi *abcd*, ea parallela ut *g* et *f* etc., quorum quodlibet cum duobus supplementis ut *f* cum *e, h*, gnomo dicitur.²⁰

‘Si fuerint due linee quarum una in quotlibet partes dividatur, illud quod ex ductu unius earum in alteram fiet, equum erit hiis que ex ductu linee indivise in unamquamque partem linee particulatim divise rectangula producentur.’ Si fuerint 25 due linee ut *ef* et *ec*, illud quod fit ex ductu, ut hec superficies *cdef*, equum est hiis, ut *ab, ag, ai*, que predictam complea*(n)*t superficiem quorum quodlibet fit ex ductu indivise, scilicet *ec* in aliquam partem divise, secundum .34^m. *Primi*, quia terminis seccionum undique equedistantes 30 indivise eriguntur.

‘Si fuerit linea in partes divisa, illud quod *(fit)* ex ductu tocius linee in seipsam equum erit hiis que ex ductu ejusdem in | omnes suas partes.’ Minor superficies qua dividi fit ex ductu linee divise in minorem partem sui, major ex ductu 35 ejusdem in majorem partem sui, quia omnia latera quadrati equalia et hee due superficies inpletent superficiem quadrati,

ut non excedant nec extendantur ab illa, et sic patet propositionem. Nota quod hoc proponit in quadrato quod superior in longilatéro.

‘Si fuerit linea in duas partes divisa, illud quod fiet ex ductu tocius in alterutram parcium equum erit hiis que ex ductu ejusdem partis in seipsam et alterius in alteram.’

‘Si in duas partes linea fuerit divisa illud quod fit ex ductu tocius in seipsam equum erit hiis que ex ductu utriusque partis in seipsam et alterius in alteram bis. Ex hoc itaque manifestum est quod in omni quadrato due superficies quas dyametros secat per medium sunt ambe quadrate.’

‘Si linea recta per duo equalia duoque inequalia secetur, quod sub inequalibus tocius seccionis rectangulum continetur cum eo quadrato quod ab ea describitur que inter utrasque secciones equum est ei quadrato quod a dimidio tocius linee (in se ducto) describitur.’

‘Si fuerint .4. quantitates proporcionales quod sub prima et ultima continetur equum erit ei quod sub duabus reliquis. Et si vero quod sub prima et ultima continetur equum fuerit ei quod sub duabus reliquis rectangulum continetur, .4. lineas proporcionales esse conveniet.’

‘Si fuerint .3. quantitates proporcionales quod sub prima et .3^a.... continetur equale est quadrato medio’, et convertitur.

‘Si fuerint due quantitates superficiales similes, proporcio alterius ad alteram est tanquam proporcio sui cuiuslibet lateris ad latus alterius relatum proporcio duplicata.’ | ‘Manifestum D. f. 63 b 2. etiam ex hoc est quia omnium .3. quantitatum continue proportionalium, quanta est prima ad .3^{am}. tanta erit superficies constituta super primam ad superficiem constitutam super secundam, cum fuerit ei similis in creacione et lineacione.’

‘Si fuerint uni quantitati superficiali similes quaslibet quantitates superficiales (sibi invicem) similes esse (necessum est).’ Construatur hec proposicio sicut .10^a. Quinti circa quod accusativus absolute teneatur sub hoc tenore.

‘Si fuerint quotlibet quantitates proporcionales, atque super binas ac binas superficies designentur similes, ipse quoque superficies erunt proporcionales’, et e converso.

‘Omnium duarum quantitatum superficialium equidistan-

cium laterum . . . rectarum proporcio alterius ad alteram est que producitur ex duabus proporcionibus suorum laterum.'

'Si a majore duarum quantitatum detrahatur minor, donec minus eo supersit, at deinde de minore ipsum reliquum donec minus eo relinquatur, itemque a reliquo primo reliquum secundum quousque eo minus supersit, atque in hujuscemodi <continua> detraccione nullus fuerit reliquus, qui ante relictum numeret usque ad unitatem, in discretis vel nichil simpliciter, illas duas quantitates incommensurabiles esse necesse est.'

'Propositis duabus quantitatibus communicantibus maximum eas mensurantem invenire. Unde eciam manifestum est quia omnis quantitas duas mensurans mensurat maximum quantitatem eas ambas numerantem.'

Si minor illorum majorem numeret patet quia ipse est quem queris; quod si non fiat mutua detraccio eorum predicto modo detrahendo, erit quod necessarium aut unitatem inveniri quod proximus aut relictum numerat quoniam posite sunt commensurales, quoniam aliter essent incomensurabiles, ut prior asserebat. Exemplum primi patet .4°. et quinto, exemplum secundi patet in .8. et .12. |

D. f. 64 a 1. 'Propositis .3. quantitatibus maximam eas mensurantem invenire.' Inveniatur primo maxima mensurans duas que si mensuret .3^{am}. ipsa est quam queris. Si autem non mensurat .3^{am}. inveniatur maxima que mensurat eam et .3^{am}., et ipse erit quem queris. Exemplum primi patet in hiis terminis .8. .12. .20.; exemplum secundi in hiis .8. .12. .18.

'Si quarumlibet duarum quantitatum utraque ducatur in alteram, que inde producentur erunt equales.'

'Si una quantitas in duas ducatur tanta erit duarum inde productarum altera ad alteram quanta duarum multiplicatarum altera ad alteram.'

'Si due quantitates unam multiplicent erit proporcio duarum inde productarum tanquam duarum multiplicancium.'

'Quantitates secundum quamlibet proporcionem minime mensurant quantitates que se secundum unam proporcionem, minor minorem et major majorem equaliter.'

‘Si fuerint quantitates secundum unam proporcionem minime, ipse erunt adinvicem prime’, et e converso.

‘Si fuerint due quantitates incommensurabiles, si qua unam earum mensuret alteri incommensurabilis erit.’

5 ‘Si fuerint due quantitates incommensurabiles uni que ex ductu unius earum in alteram producetur ad eandem erit incomunicans.’

‘Si fuerint due quantitates incomunicantes, que ex ductu alterutrius earum in seipsam producetur, alteri erit incom-
10 mensurabilis.’

‘Si duabus quantitatibus ad alias duas comparatas utraque utrius fuerit incomunicans, que ex duabus prioribus ad eam que ex duabus posterioribus producetur erit incommensurabilis.’

15 ‘Si fuerint due quantitates incommensurabiles ducatur que utraque in seipsam, erunt inde producte incommensurabiles. Item si in utramque harum productarum suum ducatur principium, erunt quoque inde producte incommensurabiles.’ Eodemque modo indefinite omnium in se
20 ductorum extremitates.

‘Si fuerint due quantitates incommensurabiles que ex duabus coarctuantur utrius, erit incommensurabilis’: et e converso. |

‘Omnium duarum quantitatum superficialium communi- D. f. 64 a 2.
25 cancum, est proporcio (unius ad alteram) ex laterum suorum producta proporcionibus.’

‘Si inter duas quantitates quotlibet (in) continua proporcionalitate ceciderint, totidem inter omnes duas quantitates, eadem proporcione relatas (cadere necesse est).’

30 ‘Si quantitatum continue proporcionalitatis quelibet in seipsam ducatur, que inde producentur sub continua proporcionalitate esse: quod si in sua producta principia sua ducantur, inde quoque productos continue proporcionalitatis esse necesse est, idem quoque in omnibus hoc modo pro-
35 ductis extremitatibus.’

‘Si aliqua quantitas numeret aliam, latus quoque suum latus illius numerabit’: et e converso.

‘Si aliqua quantitas cubica aliam numeret, latus quoque suum latus ejusdem numerare conveniet.’ |

*(Distinccio quinta de medietatibus: capitulum primum
de utilitatibus istarum medietatum.)*

D. f. 65a. EXPEDITIS hiis que exiguntur ad proporciones et proporcionalitates quibus mathematica communiter utitur, nunc volo subjungere ea que ad medietates requiri debent secundum formam. Set quoniam hujusmodi sunt multitudini extranea, ideo aliquas utilitates istarum medietatum quibus magis alliciam breviter annotabo. Quoniam autem in geometrica medietate est in omnibus terminis eadem proporcio, et in arsmetrica major proporcio est in minoribus terminis, et in musica major proporcio est in majoribus terminis ut patuit ex predictis, ideo 'geometrica medietas popularis quodammodo (et) exequate civitatis est', ut dicit Boecius. 'Nam vel in majoribus vel in minoribus equali omnium proporcionalitate componitur, et est inter omnes paritas quedam medietatis equum jus in proporcione conservantis, et arsmetrica rei publice comparatur que paucis regitur idcirco quod in minoribus ejus terminis major proporcio sit. Musicam vero medietatem optimatum dicunt esse rem publicam, eo quod in majoribus terminis major proporcionalitas invenitur'; nam sic arsmetrica medietas pertinet ad totam rem publicam, musica ad eos qui president et gubernant, geometrica populum respicit exequatum. Et per hoc patet quod geometrica medietas respicit leges communes juris et pacis et honestatis in quibus omnes tam maiores quam minores conveniunt, musica vero ad speciales prerogativas majorum refertur, arsmetrica consistit in comparacione majorum ad minores secundum regiminis dignitatem. Et sic in moralibus et cuiuslibet rebus magnam optinent hee medietates potestatem ut a principio tactum est. Atque si alcius ascendamus ad veritatem dignissimam beate trinitatis quam incomplete philosophia explicat, licet multa de hac dicant philosophi ut Aristotiles et Plato et multi. Et cuius fides Cristianorum completam dat sentenciam, inveniemus omnes istas medietates in proprietatibus personarum gloriose trinitatis. Nam

10 arsmetrica] armonica MS. 14 Boicius hic et postea MS. 34 Et]
ex corr. Et MS.

cum geometrica medietas est quando est eadem proporcio
 primi ad secundum et secundi ad tertium, racio hujusmodi
 medietatis per omnimodam equalitatem et unitatem essencie
 in beata trinitate reperitur, et in omnibus essencialibus ut sunt
⁵ potencia, sapientia, bonitas, et hujusmodi que referuntur ad
 essenciam. Nam credimus et firmiter tenemus quod qualis
 est pater, talis est filius et talis spiritus sanctus, et cum
 ars metrika medietas consistat in ydemptitate differenciarum,
 hic invenitur per hoc quod diferencia patris ad filium est
¹⁰ quod pater dat et non accipit, filius e contrario; et hec
 eadem est inter filium | et spiritum sanctum, nam filius dat *D. f. 65 b.*
 et non accipit, spiritus sanctus et e contrario. Quoniam
 autem armonica medietas consistit in ydemptitate propor-
¹⁵ cionum primi ad tertium et differentie primi et secundi ad
 differentiam secundi et tertii, sic que est proporcio patris
 ad spiritum sanctum, quoniam equalitas eadem est inter
 differentias quoniam hec differentia tota, scilicet dare et
 non accipere a parte patris et accipere et non dare a parte
²⁰ filii, equatur toti differentie alteri quoniam filius dat et non
 accipit a spiritu sancto, et spiritus sanctus accipit a filio et
 non dat ei. Hec autem ultima, quia de moralibus secun-
 dum Boecium facta est mencio, dignum duxi dictis ejus
 adjungere, et propter medietatum virtutem mirabilem, cum
²⁵ tamen a vulgo studencium nichil percipiuntur valere, et a
 paucis sapientibus magna utilitas eis ascribitur. Set cum
 ad gloriam creatoris aptantur convenienter et ad rei publice
 salutem et pacem et anime rationalis dignitatem, ut tactum
 est, necesse est cum ad tanta magnifica possunt convenien-
³⁰ ter aptari quod omnia que hiis inferiora sunt sue condicione
 nature potestas medietatum penetrabit propter necessitatem,
 judico aliqua de hiis debere presentibus annotari.

Et quoniam dictum est prius que et quot sunt medietates
 principales, nunc volo proprietates earum inferre, et ad-
 jungeo aliquas explanaciones medietatum collateralium de
³⁵ quibus sola mencio facta est superius. Quoniam vero
 ostensum est prius quod omnia geometricalia sunt pre-
 ponenda, ideo sicut in aliis nunc prefero proprietates

³⁶ ostensum] corr. from onorosum MS.

geometrice medietatis, cuius natura requirit idem pitatem proporcionis ubique cum diversitate differenciarum terminorum adinvicem ut .4. .2. .1., sicut prius habitum est. Set posset obici cum geometrica medietas sit geometrica proporcionalitas, ut prius habitum est, ergo superfluit hic de ea determinare. Dicendum quod non : quia in superioribus actum est de proporcionalitate geometrica principaliter respectu quantitatum de quibus probatur et in quantum proporcionalitas, et hic autem per comparacionem suorum terminorum adinvicem in quantum habet medium et extrema, et ideo in quantum medietas est. Et licet unum et idem dicatur proporcionalitas et medietas, tamen diversis rationibus, ut superius explicatur, proprietates autem proprie seu passiones que de ista medietate demonstrari possunt sunt hujusmodi: prima est, secundum Boecium et Jordanum, quod differencie terminorum habent proporcione quam habent termini. Si enim termini sint contra se dupli, tunc sunt differencie contra se duple, ut .4. .2. .1. Nam binarius est prima differencia et unitas secunda, et binarii ad unitatem est | dupla proporcio et sic de aliis proporcionibus.

D. f. 66 a. Secunda est a Boecio posita, quod in terminis adinvicem duplis omnis ad minorem major terminus comparatus ipsum minorem terminum retinet pro differencia, namque positis .4. .2. .1. quaternarius differt a binario per binarium, et binarius ab unitate per unitatem. Et in triplis major terminus differt a minore per illum duplicatum ut .9. .3. .1.; ternarius duplicatus facit senarium qui est differencia inter novem et tria, et unitas duplicata facit binarium, qui est differencia ternarii et unitatis. Si vero sint quadruplices, tunc triplicato minore termino major terminus a minore distabit, et si quintupla sit proporcio, major differet a minore per minorem quadruplicatum, et si sestupla tunc differencia erit per minorem quintuplicatum et sic ulterius. De hoc non facit Jordanus mencionem.

Tertia quam ponit Boecius est quod tribus terminis positis in hac medietate quod sub extremis continetur, equatur

quadrato medii, et in hoc concordat Jordanus in *secunda conclusione* ut .8. .4. .2. Sub extremis enim continentur .16., id est, ex ductu unius in aliud secundum diffiniciones superius datas, et quadratum .4. est .16. Set Boecius addit
 5 quod .4. terminis in hac medietate dispositis, illud quod sub extremis continetur equale est ei quod sub mediis, ut .2. .4. .8. .16. Nam sub binario et .16. continentur .32., et sub mediis similiter, nam quater .8. sunt .32. Et si .5. accipientur ut .2. .4. .8. .16. .32., quod sub extremis continetur ut .64.,
 10 equale est quod sub extremis residuorum terminorum, ut quater .16., nam faciunt .64., et ulterius considerando facile inveniet quilibet quid requiratur.

Et quarta proprietas quam ponit Jordanus in *tertia conclusione* est quod in hac medietate extremi duo conjuncti
 15 majus sunt quam medius duplicatus, ut duo .4. .8.; si componantur adinvicem binarius et octonarius faciunt .10., et
 20 quaternarius duplicatus non facit nisi .8.

Et quinta quam volo hic ponere est *quinta Jordani*, scilicet, si quotlibet numeris in hac medietate sumptis
 25 totidem alii ejusdem proporcionis mayores majoribus addantur, compositi quoque in eadem medietate erunt dispositi ut si ponantur numeri isti .8. .4. .2., et alii ejusdem proporcionis sumantur, scilicet .12. .6. .3. et .12. et .8., jungantur atque .6. et .4. et .3. et .2. fient .20. .10. .5. qui sunt in eadem
 25 medietate dispositi.

Sexta potest considerari penes hoc quod duo numeri superficiales non possunt secundum geometricam medietatem habere nisi unum medium, quia duo solum habent | intervalla, unum inter primum et medium et aliud inter D. f. 66 b.
 30 medium et postremum, sicut superficies duas habet dimensiones. Set corporales numeri possunt habere duo media quia habent tria intervalla ad similitudinem trine dimensionis corporalis. Si vero accipientur duo numeri superficiales quadrati, ut .9. et .4., non habebunt nisi sextarium
 35 medium medietate geometrica. Nam que est proporcio .9. ad .6. est .6. ad .4. quoniam sexquialterus, et non potest esse aliud medium. Set inter duos cubos ut .27. et .8. sunt duo

32 trine] corr. from terne MS.

37 27] corr. from 37 MS.

media, scilicet .18. et .12.; nam que est proporcio .27. ad .18. est .18. ad .12. et .12. ad .8.; ubique enim est sexquialterus. Alias conclusiones Jordani de hac medietate non curo ponere, quia nec utilitatem habent quam quero nec pulchritudinem, et quomodo inveniatur hec medietas, ut Boecius 5 docet, in numeris multis quadratis et altera parte longioribus ad presens omitto.

Secundum capitulum (de arsmetrica medietate).

ARSMETRICA vero medietas consistit penes idemperitatem differencie inter quoscunque terminos datos, non observata 10 proporcionis conveniencia, unde sicut prius dictum est, in hac medietate est similitudo proporcionum secundum concordiam differenciarum et non est similitudo proporcionum adinvicem. Dupliciter enim possunt proporciones convenire quoniam vel quando sunt similes secundum se 15 vel quando convenient cum simili diferencia terminorum, et hec est in omnibus tribus numeris continue sumptis ab unitate usque in infinitum et in multis aliis discontinue sumptis.

Set prima proprietas istius medietatis est quod sumpto 20 ordine naturali numerorum continue, erit unitas semper differencia, ut incipiendo ab unitate sic .1. .2. .3. .4. .5. .6. .7. .8. .9. .10. Set si in hoc ordine tres semper accipias per omissionem unius inter primum et secundum, et per omissionem alterius inter secundum et tertium, tunc est 25 binarius differencia, ut si sumam unitatem et ternarium et quinarium. Si vero omittam duos semper inter terminos sumptos, tunc erit ternarius differencia, ut si sumam unitatem et .4. et .7. Si tres omittam inter terminos erit quaternarius differencia, ut .1. .5. .9. et sic ulterius. 30

Secunda proprietas est prima Jordani et quarta Boecii vel magis quinta. Si fuerint tres numeri vel quotcunque in arsmetrica medietate dispositi, erit majoris ad medium minor proporcio quam medii ad minimum et semper in majoribus terminis est minor proporcio et in minoribus major ut .4. 35 .3. .2.: inter .4. et tria est sexquitercia proporcio et inter .3. et .2. est sesquialtera, que est major quam sesquitercia.

Et tercia est quod in hac medietate tribus terminis constitutis, si conjungas extrema, medium erit medietas tocius ex extremis | aggregati, ut .4. .3. .2. quoniam aggregatur D. f. 67 a. senarius, cuius ternarius est medietas.

5 Si vero .4. termini in hac medietate disponantur, tunc duo media aggregata equantur extremis aggregatis ut .4. .3. .2. .1.; extrema enim faciunt .5. et media similiter aggregata. Potest esse quod in hac medietate quadrata extremorum duplum sunt quadrato medii et quadrato differencie, ut 10 .4. .3. .2., nam quadrata extremorum sunt .16. et .4., que faciunt .20., quadratum medii est nonarius, et quadratum differencie est unitas, quia semel unum unum est, que faciunt .10., et .20. sunt duplum ad .10.

Quinta est quod illud quod sub extremitatibus continetur 15 minus est quadrato medii *(per)* quod sub differenciis continetur, ut .3. .5. .7. Nam ter septem faciunt .21., et quadratum .5. est .25., quod est plus quam .21. per .4., qui continetur sub duobus binariis qui sunt differencie.

Sexta est si extremus est duplex extremo, erit medius 20 differencie triplus, ut .4. .3. .2., nam ternarius est triplus ad unitatem que est differencia, et e contrario, scilicet, si extremus extremi est triplus, erit medius differencie duplus, ut .9. .6. .3., nam sextarius est duplus ad ternarium qui est differencia. Quod si alter extremorum sit majus duplo 25 alterius, erit medius minus triplo differencie, ut .7. .5. .3. Nam .7. est majus duplo ternarii, et quinarius est minus triplo differencie, que est binarius. Et e contrario, scilicet, si alter extremorum est minus duplo alterius, erit medius majus triplo differencie, ut .5. .4. .3. Nam .4. excedit triplum 30 unitatis que est differencia.

Septima est si sumptis quotlibet numeris in hac medietate alii totidem eandem habentes differenciam maiores minoribus conjungantur, numeros equales provenire necesse est,

ut 4, 7
3, 6, nam undique .9. consurgunt.

35 Octava si quotlibet numeri hujusmodi medietatis aliis totidem sive equalibus sive in eadem medietate sumptis

minores minoribus addantur, compositi quoque secundum eandem medietatem disponentur. Nam cum equales summantur, ut .4. .3. .2., .4. .3. .2., fient .8. .6. .4. qui sunt in eadem medietate, ut patet. Si adhuc istis .4. .3. .2. addantur juxta formam dictam numeri in hac medietate ejusdem differencie, 5 ut .7. .6. .5., fient undecim et .9. et .7., qui sunt in eadem medietate. Si eciam istis .4. .3. .2. numeri ejusdem medietatis diverse tantum differencie addantur, minores minoribus qui sint .5. .7. .9. fient .13. .10. .7. in eadem medietate.

Nona, si eis equales totidem auferantur sive ipsi ab 10 equalibus subtrahantur, residui in eadem medietate invenientur:

35	5	40	50	10	
31	5	36	50	14	
27	5	32	50	18	15

D. f. 67 b.
residui equales primi equales a qui- residui si
equalibus auferrendi. dati. bus ferri debet ab equali-
ablati.

ablacio primo- bus primi

rum datorum. auferantur.

Decima quam volo hic collocare est quod si quantum- 20 libet numeri hujus medietatis secundum eundem numerum vel multiplicentur vel dividantur, erunt dividencia et producta in hac medietate eodem ordine continuata; ut si .8. .6. .4. per binarium multiplicentur fient .16. .12. .8. in eadem medietate, si vero idem numeri dati dividantur per binarium, 25 exibunt .4. .3. .2. qui sunt in eadem medietate.

Capitulum tertium de armonica medietate.

NUNC dicendum est de armonica seu musica medietate, cuius racio consistit in idemplitate proporcionis majoris termini ad minimum et differencie primi ad medium, ad 30 differenciam medii ad ultimum, ut .6. .4. .3. Nam inter .6. et .3. est dupla proporcio, et inter binarium qui est priorum differencia et unitatem que est differencia medii et ultimi est dupla proporcio similiter. Dicunt ergo Jordanus et Boecius quod ordinatis tribus terminis in armonica medie- 35 tate erit maximi ad medium major quam medii ad minimum proporcio, nam inter .6. et .4. est sexquialtera, et inter .4. et .3.

est sexquitercia, et sexquialtera, ut dicit Boecius, major est quam sexquitercia trium quantum pars tercia medietate transcenditur.

Et secunda proprietas est quod in eadem medietate duo
5 extremi conjuncti magis medio duplicato efficient, nam .6. et
.3. aggregati faciunt .9. set quaternarius duplicatus non facit
nisi .8.

Et tercua proprietas est quod in hac medietate quod
continetur sub extremis est quantum quadratum medii cum
10 eo quod sit ex differencia in differenciam, ut ex ductu
sextarii in ternarium fiunt .18. et quadratum quaternarii est
.16., ex ductu vero binarii qui est prima differencia in uni-
tatem que est secunda proveniunt duo, que duo juncta
.16. sunt .18.

15 Quarta est quod illud quod fit ex medio in extremos
duplum est ejus quod continetur sub eisdem, ut ex ductu
quaternarii in senarium fiunt .24., et ex ductu quaternarii in
ternarium fiunt .12., que simul juncta faciunt .36., ex ductu
autem extremi in extreum fiunt .18., que sunt medietas .36.

20 *(Capitulum quartum de aliquibus communibus.)*

NUNC dicendum de quibusdam communibus ad has
medietates omnes vel plures. Si igitur tres numeri in
arsmetrica medietate aliquem numerum numerent, ut .4. .3.
.2. numerat .12., illi secundum quos illi numerant qui sunt
25 .3. .4. .6. in armonica medietate invenientur, ut patet in hiis |
exemplis.

D. f. 68 a.

Et si tres numeri musice medietatis, ut .6. .4. .3., aliquem
numerum numera(n)t, ut .12., illi secundum quos eum nume-
rant, ut .2. .3. .4., in arsmetrica medietate disponentur.

30 Si vero tres numeri geometrice medietatis aliquem nu-
merum numerent ut .8. .4. .2. numerant .16., illi secundum
quos eum numerant, ut .2. .4. .8., in eadem medietate conti-
nentur.

Si inter duos numeros sumantur medii tres, unus
35 secundum arsmetricam medietatem, et unus secundum
geometricam, et tertius secundum armonicam, arsmeticum

27 musice] vmsice MS.

maximum et armonicum minimum, atque inter illos geometricum medium esse proporcionaliter est necesse; ut sumptis hiis terminis .40. et .10. inter quos secundum arsmetricam medietatem accipientur .25. et secundum geometricam .20. et secundum musicam .16. patet quod que est proporcio .25. ad .20. est .20. ad .16., nam utrolibet est sexquiquarta.

Cum autem sciatur ex predictis quod discontinua proporcionalitas sit in .4. terminis ad minus, et est illa in qua non per omnes terminos necessario est eadem proporcio, licet aliquando hoc possibile, est aliqua discontinua geometrica et alia arsmetrica et alia musica ut patuit superius. Set geometrica discontinua maxima armonia apud Boecium et veteres vocatur, et apud Platonem in *Timeo* per hanc maximam armoniam anime racio constituitur. Maxima autem armonia vocatur quia in se continet arsmetricam et armonicam medietatem, ut in hiis numeris .12. .9. .8. .6. Nam hic que est proporcio .12. ad .9. est .8. ad .6. eo quod sexquitercia est utrobique. Et ideo hii numeri disponuntur secundum geometricam medietatem disjunctam sive discontinuam. Et hec continet in se arsmetricam et armonicam medietatem, nam inter .12. et .9. et .6. est arsmetrica medietas propter idemperitatem differenciarum et diversitatem proporcionis, et inter .12. et .8. et .6. est armonica medietas propter hoc quod ibi est eadem proporcio differenciarum et extremorum ut patet consideranti.

25

Capitulum quintum de collateralibus medietatibus.

DE collateralibus medietatibus breviter est pertranseundum quia non sunt principales. Boecius vero invencionem harum sequitur, set Jordanus magis ordinem naturalem. Et ad eas que recitat Boecius addit unam Jordanus, unde 30 sunt 8 collaterales et ideo undecim sunt in universo computatis collateralibus cum principalibus. |

D. f. 68 b. Primam vero ponit Jordanus, quando maximus se habet ad medium sicut diferencia minorum ad differenciam majorum; et hec est tercia Boecii.

Secunda est quando medijs ad minimum sicut diferencia minorum ad differenciam majorum; et hec est secunda Boecii.

35

Tertia quando maximus ad medium sicut diferencia extremorum ad differenciam majorum; et hanc non habet Boecius.

Quarta quando medius ad minimum sicut diferencia extre-
5 morum ad differenciam majorum; et hec est septima Boecii.

Si vero respiciamus conformitatem apparentem inter modos continue ordinatos secundum quod habitum est, tunc ultima Jordani debet esse quinta, ut quando maximus 10 ad minimum sicut diferencia extre-
morum ad differenciam minorum, et hec est quarta Boecii, et propter evidenciam ordinis nunc posui hanc quinto loco quoniam ei conformis est quinta Jordani secundum formam precedencium, et hec est sexta et similiter sexta Boecii que dicit medii ad 15 minimum proporcionem esse sicut diferencia extre-
morum se habet ad differenciam minorum.

Septima hic, que est sexta Jordani et prima Boecii, quando maximus ad minimum sicut diferencia minorum ad differenciam majorum.

20 Octava hic et septima Jordani et quinta Boecii quando maximus ad minimum sicut diferencia extre-
morum ad differenciam majorum.

Hii duo modi ultimi non habent collateralem ei con-
formem ubi est comparacio medii ad minimum secundum 25 aliquam comparacionem, sicut modi priores. Et iste col-
laterales habent alias proprietates, precipue de modo eliciendi eas ex principalibus, et quilibet habet suum modum proprium. Prima vero istarum elicetur a geometrica me-
diata ut docet Jordanus et est geometricis contraria, ut 30 dicit Boecius, propter proporcionem differenciarum a minoribus ad maiores conversam. Nam in geometrica est eadem proporcio majoris ad medium et differencie ma-
jorum ad differenciam minorum; non est unus contrarius ali quia aliunde est contrarietas et aliunde una ex alia 35 elicetur.

Secundam similiter per suum modum proprium elicit Jordanus a geometrica, nam in geometrica sicut major terminus ad medium sic major diferencia ad differenciam

minorum, ut que est proporcio .8. ad .4. est .4. ad .2. et quaternarius est differencia majorum ac binarius minorum, inter quos est proporcio sicut .8. ad .4., hic vero contrarie, quia sicut majores termini se habent, sic minorum terminorum differencia ad majorum differentiam comparatur. 5

D. f. 69 a. Et preterea proprium ejus est quod illud (quod) continetur sub majore termino et medio duplum est eo quod sub utrisque extremitatibus continetur, ut positis | terminis .5. .4. .2., nam quater .5. sunt .20., et bis .5. sunt .10.

Tertia per geometricam habetur, et quoniam eam non 10 ponit Boecius, declaracio enim ejus pateat, sumptis tribus numeris in geometrica medietate ut .9. .6. .4. inter quos est sexquialtera proporcio, major differencia que est .3. a medio, scilicet a senario detrahatur, et remanet ternarius, qui si medio propositorum et minus adjungatur sic .6. .4. .3., nasce- 15 tur hec medietas tercia. Nam maximus se habet ad medium sicut differencia extremorum que est .3. ad differentiam majorum que est binarius, quoniam sexquialtera proporcio est utrobique.

Quartam vero posuimus ab aliqua principalium elicere, set 20 quibuslibet duobus terminis datis invenitur, quoniam inter quoslibet duos terminos et numerum ex eis compositum deprehenditur, ut docet Jordanus. Ut si ex .5. et .3. fiat .8., tunc ipsis dispositis per ordinem sic .8. .5. .3.; sicut medius se habet ad minimum sic differencia extremorum que est .5. 25 ad differentiam majorem que est ternarius, nam utrobique est superbiparciens tercias.

Et illa que quinto loco posita est ad presens per geometricam medietatem elicetur.

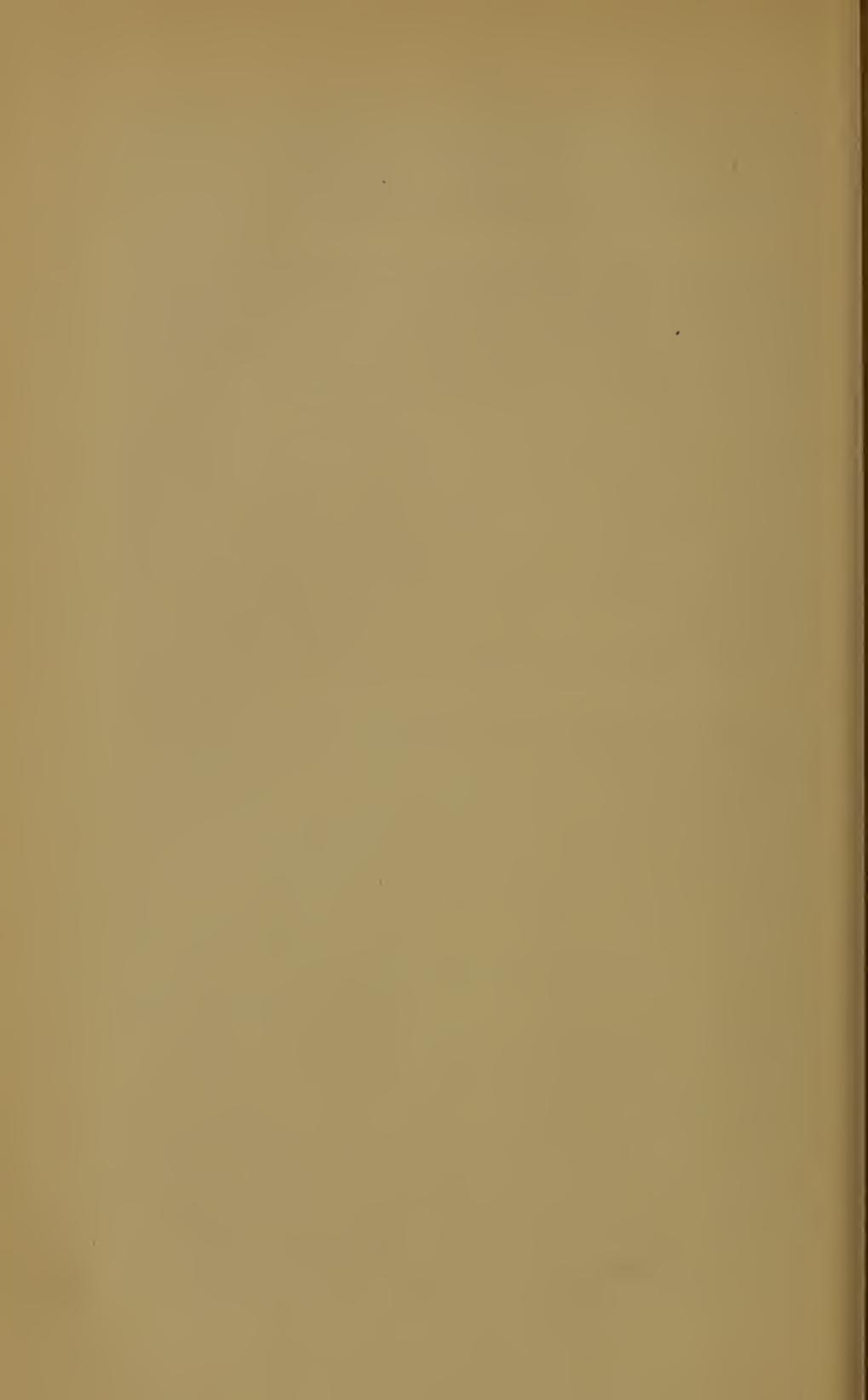
Et sexta hic posita ex medietate geometrica extrahatur. 30

Septima per armonicam medietatem habetur; est autem quodammodo opposita armonice medietati quoniam in illa sicut maximus terminus ad minimum sic major terminorum differencia ad differentiam minorum. Hic autem e contrario quo ad differentias, nam sicut maximum ad ultimum 35 sic differencia minorum ad differentiam maximorum. Et preterea est proprium hujus medietatis quoniam (illud quod)

continetur sub maximo termino et medio duplum est eo
quod continetur sub medio et ultimo ; ut positis .6. .5. .3. sex
quinquies .30. sunt, et quinquies tria sunt .15.

Octava habetur ex geometrica medietate.

- 5 Et sic pars prima mathematice in qua Communia posita
sunt partibus specialibus finem habet, que vere et proprie
debet dici *Tractatus elementorum et radicum*, quia in ea
posita sunt communia omnibus que sequuntur.



NOTES AND CONJECTURAL EMENDATIONS

3. 12. **Grece gramatice**: Edited Nolan, *The Greek Grammar of Roger Bacon* (Cambridge, 1902). Not contained in pp. 117-18 and 157, but see *Sec. Sec.* (fasc. 5), p. 3, *Op. Maj.* 1. 239, *Op. Tert.* 27.
31. *versus falsi*: *ut supra*.
7. 31. **Arismetice**: Edited Friedlin, *A. M. T. S. Boetii De Institutione Arithmetica libri duo* (Lipsiae, 1567), I. 1. p. 9. 6.
33. **Et iterum**: *op. cit.*, p. 9. 7.
35. **dicit**: *op. cit.*, p. 9. 26.
8. 3. **dicens**: *op. cit.*, p. 7. 21.
19. **oetius**: *op. cit.*, II. xlvi. p. 141. 7.
26. **Alpharabius**: Edited C. Baeumker, *Alfarabi ueber den Ursprung der Wissenschaft—de Ortu Scientiarum* (Beitrage 19. Heft 3. Münster, 1916).
- Boecius**: Printed Migne, *Patrologia Latina*, 65.
9. 10. **Cassiodorus**: Edited Myers, *Cassiodori Institutiones* (Oxford, 1937, and in *P.L.* 70, c. 1151). The text used by Bacon is of the Δ group.
12. **ait**: *op. cit.* 92. 5.
16. **dicit**: *op. cit.* 131. 11.
18. **infert**: *op. cit.* 131. 17.
21. **quas merito**: *op. cit.* 132. 4.
27. **dicens**: *op. cit.* 150. 12.
37. **dicit**: *op. cit.* 141. 5.
10. 3. **Ysidorus**: Edited Lindsay *Isidori Hispanensis Episcopi Etymologia rum sive Originum Libri xx* (Oxford, 1911). *P.L.* 81.
4. **dicens**: *op. cit.* III. iv. 4.
8. **Cassiodorus**: *op. cit.* 152. 16.
14. **subjungit**: *op. cit.* 156. 4.
16. **ne simplices**: *lege solis eclipsia ne simplices*.
18. **Est eciam**: *op. cit.* 156. 19.
23. **dicens**: *op. cit.* 129. 6.
14. 18. **Liber Demonstrationum**: i.e. Posterior Analytics.
16. 30. **Alpharabius**: *op. cit.*
17. 3. **Alpharabius**: *op. cit.*
19. **Alpharabius**: *op. cit.*
30. **prodesse . . .**: Horace, *A.P.* 333.
32. **Omne . . .**; *ut supra*.
28. 6. **Euclidis**: Angulus corporeus vel solidus est quem continent anguli plani plures quam duo qui in una superficie sibi ad unum punctum angularem convenient (tr. Campanus).
14. **Anaricus**: Edited Curze, *Anaritii in decem libros Elementorum Euclidis commentarii in interpretatione Gerardi Cremonensis*. (Lipsiae, 1899), pp. 12, 13.
35. **Euclides**: Quando recta linea super rectam steterit duoque anguli utrobique fuerit eorum uterque rectus erit. Lineaque

- linee superstans ei cui superstata perpendicularis vocatur (tr. Campanus; printed Venice, 1482).
34. 25. Boecius: de Consolatione v. pr. 6. 2.
35. 20. Jordanus: Edited le Fèvre, *In hoc opere contenta Arithmetica dicem libris demonstrata | Musica libris demonstrata quatuor | Epitome in libros Arithmeticos divi Severini Boetii | Arithmimachie ludus qui et pugna numerorum appellatur.* (Paris, H. Stephani, 1515). The first proposition of the first book is: Unitas est rei per se discretio, numerus est quantitas discretorum collectiva.
38. 9. Alpharabius: *op. cit.*
16. Alpharabius: *op. cit.* cap. 2.
42. 26. quidam: *sic MS.*, *lege quidem.*
43. 37. quinta: cf. cap. 4, *de Secretis Operibus . . .* (Brewer, p. 532).
48. 26. ludi Rithmimachie: described by le Fèvre, *ut supra*, 35. 20.
50. 37. Ysidorus: *op. cit.* III. xxvii. 1.
51. 32. dicitur: *op. cit.* (8. 26), c. 4, p. 19. Gestus autem sensui visus subjectus est, qui institutus est ad conformandum se metro et sono motibus consimilibus et comparationibus competentibus.
54. 21. de Ortu Scientiarum: *ut supra*, c. 4, a general statement.
56. 7. Avicenna: *Canon* i, fn. 3.
13. Boecius: *Instit. Music.* i. 1.
21. Boecius: *op. cit.* i. 1, p. 185. 27.
30. Boecius: *op. cit.*, *ut supra*.
36. ait: *op. cit.*, p. 186. 29.
57. 3. Empedocles: *op. cit.*, p. 185. 23.
19. Boecius: *op. cit.*, p. 185. 1.
65. 32. Alardus: i.e. Adhelardus. Quoted from *Elementa Euclides Demonstrationes et figurae l. i-ix cum prologo.* MS. Digby, 174, f. 99 b.
33. Boecius: Migne, P.L. 6. 1311.
34. edicione speciali: v. Introduction, Prologus l. 32, *MS. cit.* f. 99 b. 3.
66. 13. Anaricum: Anaritius, *op. cit.*, pp. 29 sqq.
69. 5. si una . . .: si aliqua res alicui superponatur . . . sibi invicem editio Campani.
32. Alardus: *MS. cit.*
70. 6. Anaricius: *op. cit.*, v. pp. 38-9.
71. 30. Bernelius: cf. Incipit prefatio libri Abaci quem junior Bruerlinus edidit Parisius. Printed in Ollier's *Œuvres de Gerbert*, p. 357.
31. Scolasticus: i.e. Gerbertus, Pope Sylvester II. *Libellus de Numerorum Divisione inc.* Constantino suo Gerbertus Scolasticus, *œuvres*, p. 349.
72. 2. figuræ: These fractions of unity are reproduced from a *MS.* Arundel 25. 124 (which no longer exists) copied by Halliwell in his *Rara Mathematica*. They are found in various forms, as in the early editions of Euclid xiv. prop. 8, the Basle 1588 edition of Bede i. c. 182, and in the modern editions of Gerbert.
78. 4. philosophi: cf. Isidore, *op. cit.*, XV. xv. 2 passim.
10. Alardus: *MS. cit.*, f. 99 a.
15. Gerbertum: *op. cit.*, *ut supra*.

82. 28. Euclidem : lib. v. def. 4. All Euclidean references are taken from the first edition of Campanus, Venice, 1482.
83. 4. Boecius : *op. cit.*, ii. 40.
 24. Boecius : *op. cit.*, ii. 48, p. 156.
 26. Jordanus : *ut supra*, 35. 20.
 27. Alardum : *MS. cit.*, f. 99 a.
84. 11. Alardus : *MS. cit. supra*.
 34. continuam : Boethius writes of disjuncta not discontinua.
86. 6. Euclides : v. def. 5.
87. 29. Euclides : v. def. 6.
97. 18. Jordanus : *Arith.* vi. 1.
98. 8. atque : *lege quamquam id atque*.
100. 27. set : *lege set secundum*.
102. 15. diffinicio : Jordanus, lib. vi. Euclid, viii. def. 1.
110. 33. Euclides : x. prop. 15.
111. 14. Compotiste : For these divisions see fasc. vi, p. 86 . . .
117. 24. Oracius : *Ars Poetica*, 335.
118. 24. Anaricius : *op. cit.*, p. 65.
125. 25. Octavam : Euclid v. 8.
126. 16. Si fuerint : v. 1.
 29. Si fuerit : v. 3.
127. 1. Si fuerint : v. 5.
 12. Si due : v. 7.
128. 6. Si due : v. 8.
129. 22. Et similiter . . . minor : This ending is not quoted by Campanus (in first edition of Euclid).
 26. Si fuerint : v. 11.
 28. Thebit : Kata and de Fata are corruptions of the title of the *Liber Thebit de figura alchata* which was translated by Gerard of Cremona. Another translation existed (p. 140. 1.).
132. 11. Thebit : *ut supra*.
 29. Thebit : *ut supra*.
135. 33. The manuscript has here a reference to a non-existent additional passage.
140. 4. Capitulum secundum : To this chapter a number of crudely drawn diagrams of no merit have been added in the margin.
6. Omne : Euclid, ii. def. 1.
 13. ii. def. 2.
 21. ii. prop. 1.
 31. ii. 2.
141. 3. ii. prop. 3.
 6. ii. prop. 4.
 11. ii. 5.
 16. vi. 15.
 21. vi. 16.
 23. vi. 17.
 30. vi. 20.
 34. vi. 21.
 37. vi. 24.
142. 10. vii. 2.

142. 14. corollary.

- 21. vii. 3.
- 27. vii. 17.
- 29. vii. 18.
- 32. vii. 19.
- 34. vii. 21.
- 37. vii. 22.

143. 1. vii. 24.

- 3. vii. 25.
- 6. vii. 26.
- 9. vii. 27.
- 13. vii. 28.
- 19. vii. 29.
- 22. viii. 5.
- 25. viii. 8.
- 28. viii. 12.
- 34. viii. 13.
- 35. viii. 14.

144. 14. Boecius : *Inst. Arithm.* ii. 45; *ed. cit.*, p. 149. 11.

- 17. ars metrica : *ut supra*, 149. 7.
- 19. Musicam : *ut supra*, 149. 9.

146. 15. Boecius : *op. cit.*, ii. 44, p. 149. 13.

150. 35. Boecius : *op. cit.*, ii. 50.

151. 1. Boecius : *op. cit.*, ii. 50.

152. 28. Boecius : *op. cit.*, ii. 53.

30. Jordanus : To the three principal Arith. Geom. Musc. he adds eight collaterales :

- (1) Maximus ad medium :: differentia minimi ad differentiam majoris.
- (2) Medius ad minimum :: diff. minorum ad diff. majorum.
- (3) Maximus ad medium :: diff. extremorum ad diff. majorum.
- (4) Medius ad minimum :: diff. extremorum ad diff. majorum.
- (5) Medius ad minimum :: diff. extremorum ad diff. minorum.
- (6) Maximus ad minimum :: diff. minor add diffⁿ. majorem.
- (7) Maximus ad minimum :: diff. extremorum ad diff. majorum.
- (8) Maximus ad minimum :: diff. extremorum ad diff. minorum.

153. 30. Boecius : *op. cit.* ii. 52.

154. 33. major *lege* majorum.

155. 5. pars prima: This, the end of *pars prima* of the earlier form, is really the end of *pars secunda* of the final form, as here printed.

AUTHORITIES QUOTED

- Adam de Marisco, 118. 4.
- Adhelard (Alardus) Bathonensis :
- Super Elementa Euclidis, 65. 32, 69. 20.
 - Editio specialis super Elementa Euclidis, 65. 35, 78. 11, 83. 29, 86. 5, 91. 30.
- Alanus :
- De comminacione nature, 17. 27.
- Albinus, 55. 12.
- Alexander, 36. 28.
- Alfraganus, 49. 17.
- Algazel, 16. 31, 17. 5.
- Alhazen :
- Perspective, 69. 5. 124. 14.
- Alpharabius :
- De Sciensiis, 8. 26, 16. 31, 17. 3, 17. 19, 36. 27, 38. 8, 38. 15.
- Amelius, 71. 29.
- Anaricius :
- Commentarius Elementorum, 28. 14, 66. 13, 70. 6, 119. 24.
- Anonymous :
- Almagabale, 49. 2.
 - Algebra, 49. 1.
 - Algorisno, 48. 36.
 - Liber Abaci, 49. 2.
 - De Causis 34. 20.
 - Rithmimachie, 48. 36.
 - De Speculis Vulgatis, 46. 25.
 - De Speculis Comburentibus, 46. 29.
 - Trium Fratrum, Liber, 44. 22.
- Archimedes :
- De Isoperimetris, 44. 21.
 - De Replentibus Locum, 44. 21.
 - De Curvis Superficiebus, 44. 21.
 - Aristotle, 2. 1, 14. 24, 17. 19, 18. 6, 18. 18, 18. 20, 21. 31, 22. 34, 36. 24, 36. 30, 53. 8, 62. 20.
 - Analytica Posteriora, 14. 18, 15. 2, 15. 8, 15. 13, 15. 19, 15. 23, 16. 8, 16. 19, 16. 23, 67. 30, 67. 36, 54. 7.
 - De Anima, 19. 10.
 - De Argumentis Poeticis (See Poetica).
 - De Celo et Mundo, 13. 25, 42. 24, 33. 4.
 - De Generacione, 22. 17.
 - De Sophisticis Elenchis, 2. 24, 66. 26.
 - Ethica, 5. 16, 50. 25, 60. 21, 62. 16, 62. 28.
- Metaphysica, 8. 9, 8. 13, 12. 3, 14. 5, 24. 12, 28. 22, 36. 13, 41. 20, 44. 17, 52. 5, 60. 30, 62. 35, 116. 23, 121. 19, 123. 6.
- Physica, 2. 24, 4. 11, 13. 22, 22. 11, 24. 13, 24. 27, 66. 36.
- Poetica, 8. 27.
- Predicamenta, 12. 29, 15. 18, 21. 34. 51. 20, 120. 9.
- Problemata, 5. 15.
- Sciencia Civilis, 8. 22.
- Topica, 24. 21.
- Augustinus, 12. 8
- Averroes, 13. 4, 16. 32, 17. 5, 32. 24, 35. 30, 36. 27.
- Avicenna, 36. 27, 58. 18, 101. 13.
- Canon medicine, 56. 6.
 - Logica, 16. 31.
 - Metaphysica, 10. 32, 24. 18, 26. 23, 27. 28, 36. 16.
 - De anima (alchem.), 46. 35.
- Bacon :
- Arsmetricalia, 100. 20.
 - Astronomia judicaria, 3. 26.
 - Greek Grammar, 3. 12, 3. 29, 69. 30.
 - Gramatica, 12. 6.
 - Logica, 18. 19. 37. 25.
 - Methaphysica, 2. 2. 2. 33, 3. 23. 4. 25. 7. 2, 7. 12. 8. 25. 9. 5, 10. 29. 10. 33. 11. 19. 14. 23. 14. 25, 16. 2. 16. 6, 17. 8, 18. 18, 35. 4, 36. 33, 36. 36, 37. 2, 37. 26, 37. 35, 59. 31, 64. 34, 124. 34.
- Badoun, Johannes, 118. 5.
- Bernelinus (Bernelius), 71. 29.
- Sciencia Abbaci, 72. 5.
- Boethius, 36. 29, 41. 24, 47. 17, 56. 12. 83. 24.
- De Consolatione, 17. 2, 34. 35.
 - De duabus naturis et una persona Christi, 8. 35.
 - De Institutione Arithmetica, 7. 32, 8. 19, 47. 23, 83. 4, 86. 29, 98. 28, 144. 13, 146. 15, 146. 22, 146. 36, 147. 3, 148. 4, 150. 34, 152. 12, 152. 27, 152. 29, 152. 34, 152. 36, 153. 6, 153. 11, 153. 14, 153. 17, 153. 20, 153. 30, 153. 31, 154. 11.
 - De Institutione Musica, 54. 11, 55. 13, 56. 20, 56. 29, 56. 35, 57. 19.
 - De Trinitate, 8. 35.
 - Ebdomades, 65. 33.

- Cassiodorus, 9. 2.
- De Artibus et Disciplinis studiorum secularium, 9. 9, 12. 10.
- Censorinus, 12. 9, 42. 5, 55. 13.
- Euclid, 14. 26, 14. 28, 14. 29, 23. 9, 23. 34, 24. 31, 25. 13, 25. 23, 28. 6, 28. 35, 30. 17, 38. 14, 39. 1, 42. 1, 47. 17, 58. 20, 69. 5, 69. 39, 80. 9, 82. 38, 84. 8, 87. 28, 88. 8, 88. 31, 92. 26, 92. 30, 93. 4, 94. 2, 94. 7, 94. 10, 94. 12, 94. 25, 98. 12, 98. 27, 105. 15, 105. 30, 106. 4, 106. 7, 110. 18, 110. 26, 110. 33, 112. 4, 118. 35, 119. 6, 119. 19, 119. 29, 120. 5, 125. 15, 129. 15, 141. 33.
- De Datis (De Quantitatibus Datis), 42. 2.
- De Spheris (De Speris), 38. 23.
- Gaudentius, 55. 13.
- Geber, 69. 15.
- Gerbertus, 71. 27, 71. 30, 72. 4.
- Hermannus Allemanus, 16. 34, 18. 4.
- Horace (Oracius), 17. 28, 117. 24.
- Isidorus :
- Liber Etymologiarum, 50. 36.
- Jordanus, 47. 20, 47. 23.
- Arithmetica, 83. 25, 97. 18, 98. 13, 98. 27, 146. 16, 146. 35, 147. 1, 147. 12, 147. 17, 148. 2, 150. 33,
152. 28, 152. 32, 153. 9, 153. 17, 153. 20, 153. 29, 153. 37, 154. 23.
- De Triangulis, 118. 35, 42. 4.
- Josephus:
- Antiquitates, 56. 17.
- Marcianus (Capella), 12. 8, 42. 5, 47. 18, 49. 17.
- Moralis Philosophia, 17. 13.
- Plato, 152. 13.
- Plinius:
- Historia Naturalis, 56. 1.
- Porphirius, 15. 19.
- Perspectiva, 15. 24.
- Ptolemeus, 59. 21, 119. 24.
- De Aspectibus.
- Almagest, 8. 12, 49. 14.
- Robertus Lincolniensis, 118. 3.
- Scriptura Sacra, 17. 25.
- Solinus :
- De Mirabilibus Mundi, 66. 1.
- Thebibit, 49. 15, 132. 10, 132. 8, 138. 12, 140. 1.
- De Kata, 129. 29, 132. 12.
- Themistius, 36. 27.
- Theodosius :
- De Spheris, 42. 3.
- Tullius, 55. 13, 57. 19.
- Varro, 55. 12, 57. 36.
- Vitruvius :
- De Conductibus Aquarum, 44. 25.

PRINTED IN
GREAT BRITAIN
AT THE
UNIVERSITY PRESS
OXFORD
BY
JOHN JOHNSON
PRINTER
TO THE
UNIVERSITY

12a

64 D



Date Due

ISBN 192104



PRINTED IN U. S. A.

BOSTON COLLEGE



3 9031 01524683 8

BACON, R

B765

B2

Boston College Library

Chestnut Hill 67, Mass.

Books may be kept for two weeks unless a shorter period is specified.

If you cannot find what you want, inquire at the circulation desk for assistance.

